УДК 550.34

КОРРЕКТНЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

В.М.Кайстренко

Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, г. Южно-Сахалинск, victor@imgg.ru

Функция повторяемости магнитуд землетрясений обычно строится с использованием стандартного метода наименьших квадратов для соответствия между $\ln(k/T)$ и M_k, где T – период наблюдений, и k – номер магнитуды в ряде ранжированных магнитуд $M_1 \geq M_2 \geq M_3 \geq \ldots$ На самом деле стандартный метод наименьших квадратов в этом построении не является корректным, поскольку дисперсии частот $\ln \varphi_k$ не равны друг другу, $D(\ln \varphi_k) \neq D(\ln \varphi_i)$ для $k \neq i$ и они коррелированы. Для модели линейной регрессии, имеющей вид

$$\overline{\ln \varphi_k} = a + b \cdot M_k + e_k \ , \tag{1}$$

где e_k – центрированные случайные отклонения, должен быть применен весовой метод наименьших квадратов.

Очевидно, что распределение каждой ранжированной магнитуды M_k зависит от неизвестной функции повторяемости $\varphi(M)$, однако плотность распределения соответствующей частоты $\tilde{\rho}_k(\varphi(M_k))$ универсальна для любого потока событий, с вероятностями, произвольно зависящими от функции $\varphi(M)$ параметра M, но не от параметра M непосредственно, как, например, для пуассоновского потока

$$P_n(\geq M) = e^{-\varphi(M)\cdot T} \cdot \frac{[\varphi(M)\cdot T]^n}{n!} \tag{2}$$

При этом функция повторяемости ранжированной магитуды M_k дается формулой

$$P^{(k)}(M_k) = \sum_{s=0}^{k-1} \frac{[\varphi(M_k)\cdot T]^s}{s!} e^{-\varphi(M_k)\cdot T} \ , \tag{3}$$

также зависящей от неизвестной функции повторяемости φ(M), однако значения средних частот, соответствующих ранжированным магнитудам M_k, может быть вычислено

$$\overline{\varphi(M_k)} = \int \varphi(M_k)\cdot d(P^{(k)}(M_k)) = \frac{k}{T} \ , \tag{4}$$

$$D(\varphi(M_k)) = \frac{k}{T^2} \tag{5}$$

И для логарифмического масштаба

$$\overline{\ln \varphi(M_k)} = \sum_{s=1}^{k-1} \frac{1}{s} - 0.577\ldots - \ln T \ , \quad \{\underset{k\to\infty}{\rightarrow} \ln(k/T)\} \tag{6}$$

$$D(\ln \varphi(M_k)) = \frac{\pi^2}{6} - \sum_{s=1}^{k-1} \frac{1}{s^2} \ , \quad \{\underset{k\to\infty}{\rightarrow} 0\} \tag{7}$$

Ситуацию объясняет рисунок 1.

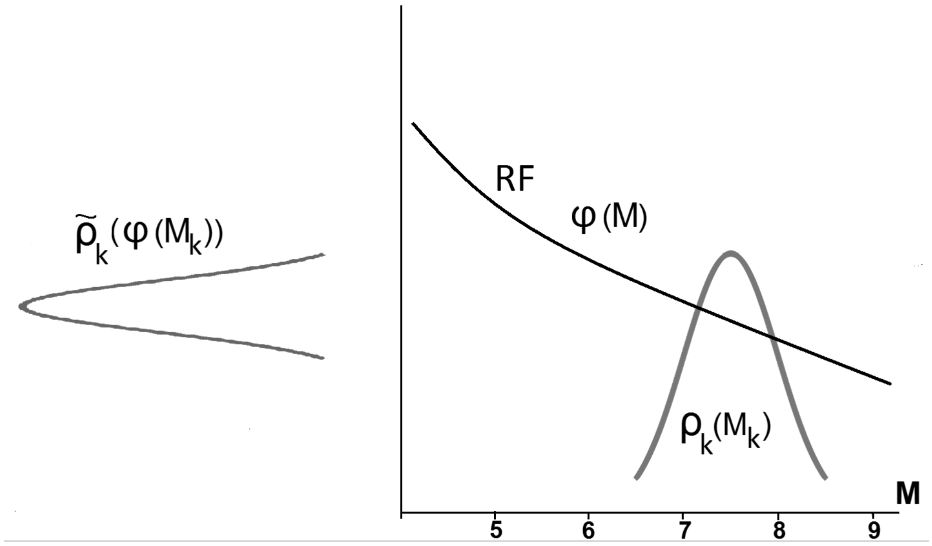

Рис.1. Схематическое пояснение для распределений $\rho_k(M_k)$ и $\widetilde{\rho}_k(\varphi(M_k))$

В общем случае каждый статистический момент зависит только от его порядка m, номера k магнитуды и периода наблюдений T

$$\overline{(\varphi(M_k))^m} = \int (\varphi(M_k))^m \cdot d(P^{(k)}(k,T,M_k(\varphi),\varphi(M_k)) = f_m(k,T) \quad (8)$$

поскольку $\varphi(M_k)$- параметр интегрирования.

В качестве примера построена эмпирическая функции повторяемости для Mw на базе мирового каталога NEIC для декады 2001-2010 (http://neic.usgs.gov/). Каждое значение ординаты $\overline{\ln \varphi_k}$ (формула 6) снабжена стандартными отклонениями согласно (7).

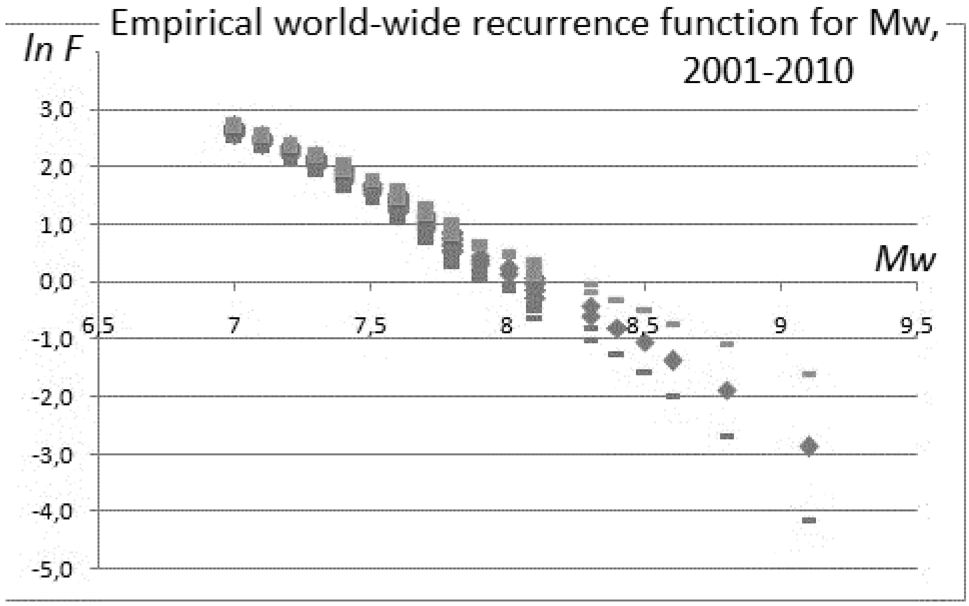

Рис.2. Эмпирическая функция повторяемости для Mw за декаду 2001-2010.

Следует отметить, что дисперсии логарифмов частот, соответствующих наибольшим магнитудам, оказываются довольно большими, и для максимальной зарегистрированной магнитуды $D(\ln\ \varphi\ (M_1))= \pi^2/6 \approx 1.64$ независимо от периода наблюдений T. Последнее объективно делает проблемным построение закона Гутенгберга-Рихтера для больших магнитуд.