

Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН

# ФУНКЦИЯ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЦУНАМИ: СТРУКТУРА, ПАРАМЕТРЫ, КАРТЫ ЦУНАМИОПАСНОСТИ

В.Кайстренко

6 12 2005

# ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЦУНАМИ

$$\varphi(h) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{N(\geq h)}{T}$$

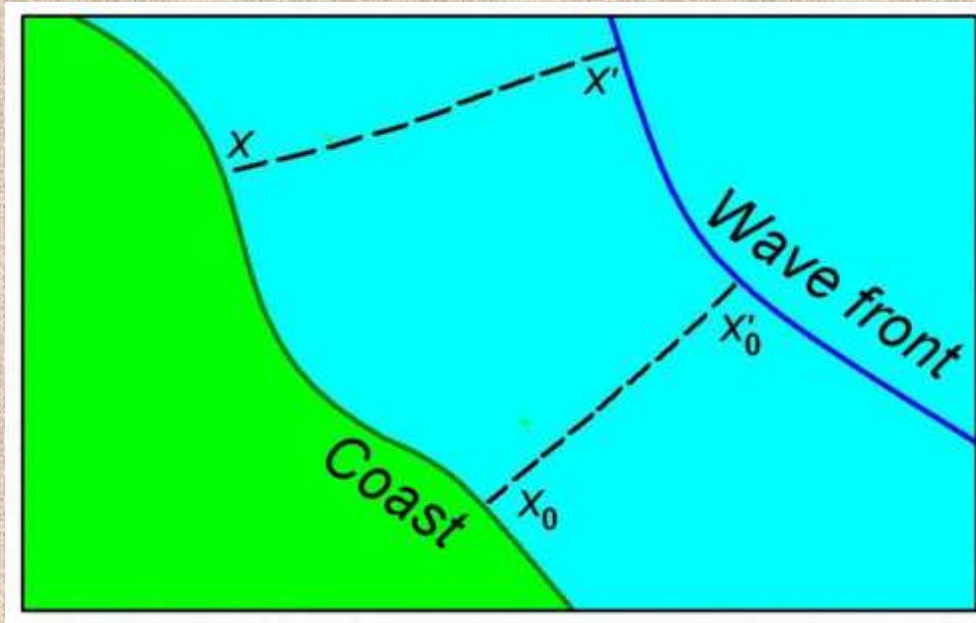
Функция повторяемости, как соотношение между физическими величинами, должна иметь безразмерную форму

$$\varphi(h) = f \cdot \Phi\left(\frac{h}{H^*}\right)$$

Кроме этого, она зависит от координат

$$\varphi(x; h) = f(x) \cdot \Phi\left(x, \frac{h}{H^*(x)}\right)$$

Важно определиться с физическим смыслом параметров  $f$  и  $H^*$



(3)

Пусть

$$K(x', x) = \overline{K(x', x)}$$

цунами при распространении от точки  $x'$  в среднее значение коэффициента трансформации высоты океане до соответствующей точки  $x$  на побережье и положить  $h = K(x', x) \cdot h'$ . Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{h}{K(x', x)} \right) + \text{div} \left( \frac{h}{K(x', x)} \mathbf{v} \right) = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \text{div} \left( h \mathbf{v} \right) = 0$$

Для региона размером в первые десятки километров

$$\varphi(h) = F\left(\frac{h}{K^*}\right)$$

$$\varphi(h) = f \cdot \varphi\left(\frac{h}{H^*}\right)$$

$f$  - асимптотическая частота сильных цунами в регионе

$H^*$  - характеристическая высота цунами в данном пункте

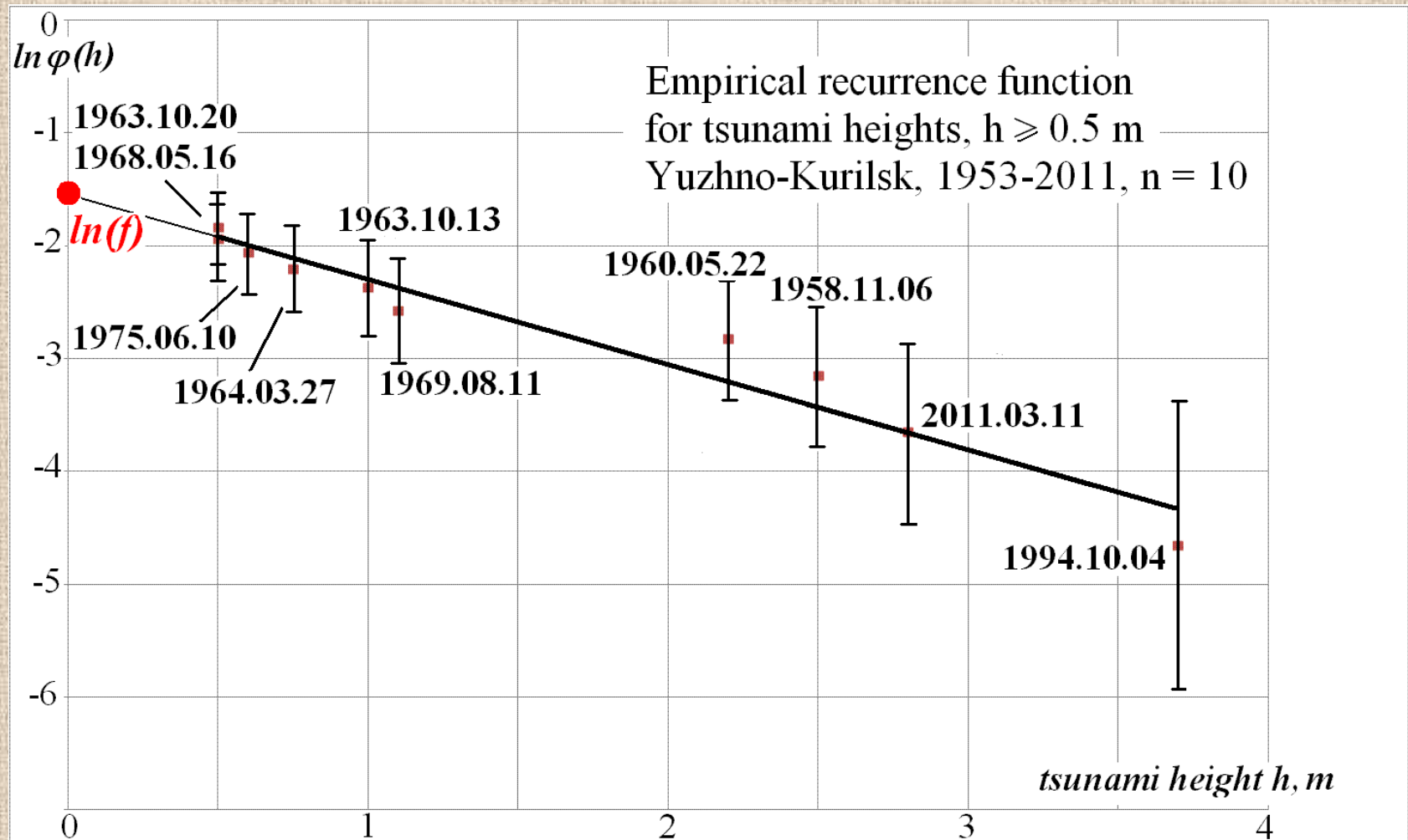
$$1 - \varphi(h) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \varphi\left(\frac{h}{k \cdot H^*}\right)$$

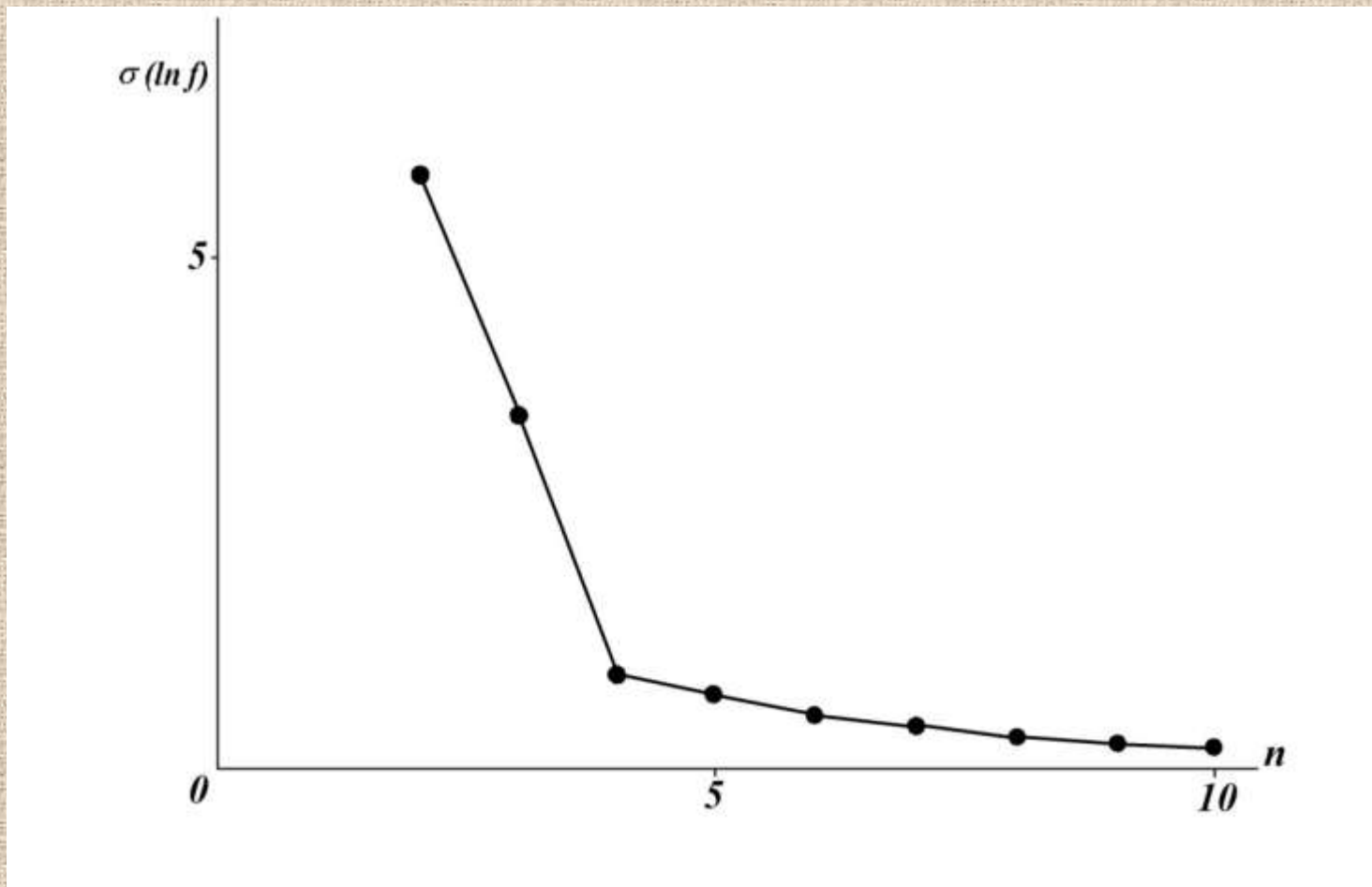
$$1 - \varphi(h) = \frac{2\pi}{6} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot \varphi\left(\frac{h}{k \cdot H^*}\right)$$

## Tsunami Recurrence Function for big tsunami heights

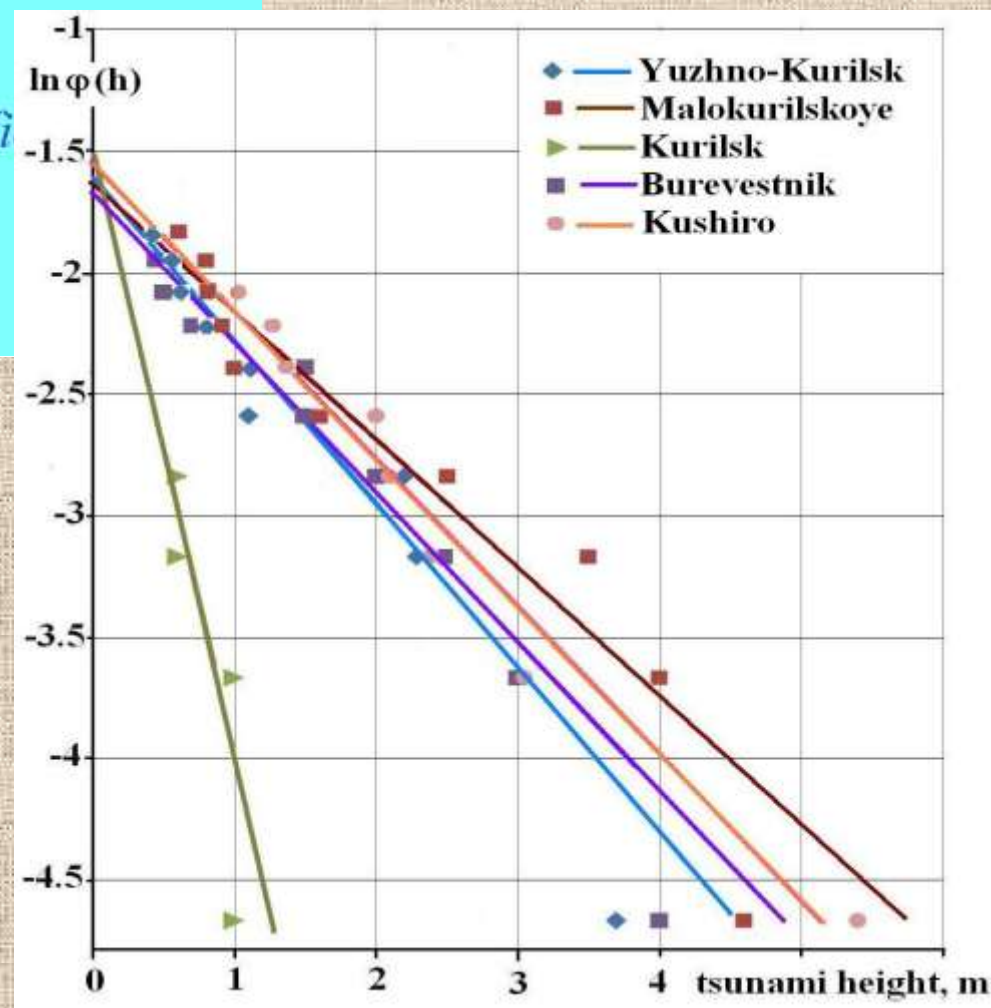


$$\ln(f) = -1,6 \pm 0,24, f = \mathbf{0.16 \text{ 1/year}}$$
$$1/H^* = 0.7 \pm 0.2 \text{ 1/m}, H^* = \mathbf{1.5 \text{ m}}$$





Дисперсия частоты цунами сильно зависит от числа используемых данных. Их должно быть не менее 4



Эмпирические функции повторяемости цунами для района Южных Курильских островов и северного Хоккайдо

## Функция повторяемости цунами для слабых и умеренных цунами

Вдольбереговое распределение высот каждого конкретного цунами логнормально (Van Dorn, 1965 ; Kajiura, 1983; Go, 1993 ; Pelinovsky, 2000; Choi et al., 2002)

$$\rho(h) = \frac{1}{\sigma h \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(\frac{h}{h_0})]^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Phi(H) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln HK - \ln \lambda h_0}{\sigma} \right)^2} \Phi(h_0) \frac{dh_0}{h_0}$$

**Функция повторяемости высот цунами есть собственная функция интегрального оператора, ядро которого есть функция вдольберегового распределения высот цунами, с собственным числом, равным 1.**

Это – степенные функции  $\Phi(H) = C \cdot H^\alpha$   
 $0.6 < \alpha < 1.3$                        $\alpha = -1$                        $[C] = \text{см/год}$



Параметр  $C$  имеет размерность скорости, и значения, построенные по заплескам цунами, в диапазоне порядка нескольких см в год. Соответственно, значения этого параметра для океана примерно на порядок меньше, то есть в диапазоне порядка нескольких мм в год, что совпадает с масштабом средних скоростей вертикальных деформации земной коры в тектонически активных зонах океана.

Такое совпадение навряд ли случайно, поскольку цунами генерируются вертикальными движениями именно в таких зонах.

# Универсальность функции повторяемости

L.Esteva (1970), Y.Kagan (1999).

Функция повторяемости  $\varphi$  кроме зависимости от пороговой высоты цунами  $h$  может также зависеть от ряда других параметров  $c_1, \dots, c_n$ ,

$$\varphi = \varphi(h, c_1, \dots, c_n)$$

Пусть цунамигенная зона С разбита на сумму двух зон А и В, тогда частные функции повторяемости будут функциями общего вида, зависящими от соответствующих наборов параметров  $(a_1, \dots, a_n)$  и  $(b_1, \dots, b_n)$ , относящихся к зонам А и В

$$\varphi(h, c_1, \dots, c_n) = \varphi(h, a_1, \dots, a_n) + \varphi(h, b_1, \dots, b_n)$$

где все параметры  $c$  есть функции параметров  $a$  и  $b$

$$c_k = c_k(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n)$$

Последнее уравнение определяет полугруппу

$$c = a \circ b$$

Частные производные исходного уравнения по  $a$  и  $b$  дают

$$\varphi'_c(h; c) \cdot c'_a(a; b) = \overset{def}{\varphi'_a(h; a)} = z(h; a),$$

$$\varphi'_c(h; c) \cdot c'_b(a; b) = \overset{def}{\varphi'_b(h; b)} = z(h; b).$$

Если  $c(a;b)$  - есть гладкая функция своих аргументов и существует нулевой вектор параметров  $0$ , отвечающей нецунамигенной зоне  $\varphi(h,0) = 0$ , то матрица

Якоби  $c'_a(a;0) = I$ , и  $c'_a(a;b)$  будет обратимой в окрестности  $b=0$ . Тогда

$$z(h;b) = z(h;a) \cdot [c'_a(a;b)]^{-1} \cdot c'_b$$

Последнее означает, что при фиксированном  $a = \text{const}$ ,  $z(h;b)$  есть линейная комбинация функций, зависящих только от  $h$ , с коэффициентами, зависящими только от  $b$ . Таким образом и сама функция повторяемости

$$\varphi(h;c) = \sum_{k=1}^m f_k(c) \varphi_k(h)$$

Поскольку высота цунами имеет размерность длины, то, согласно теории размерностей, должен существовать хотя бы один внутренний параметр (частоты - внешние параметры), имеющий размерность длины, так называемая, характеристическая для данного пункта высота цунами  $H^*$ , что задает структуру функции повторяемости:

$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \varphi_k \left( \frac{h}{H_k^*} \right)$$

Если исходить из универсальности, то

$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \Phi \left( \frac{h}{H_k^*} \right)$$

Для описания слабых и умеренных значений высот цунами требуется только один параметр

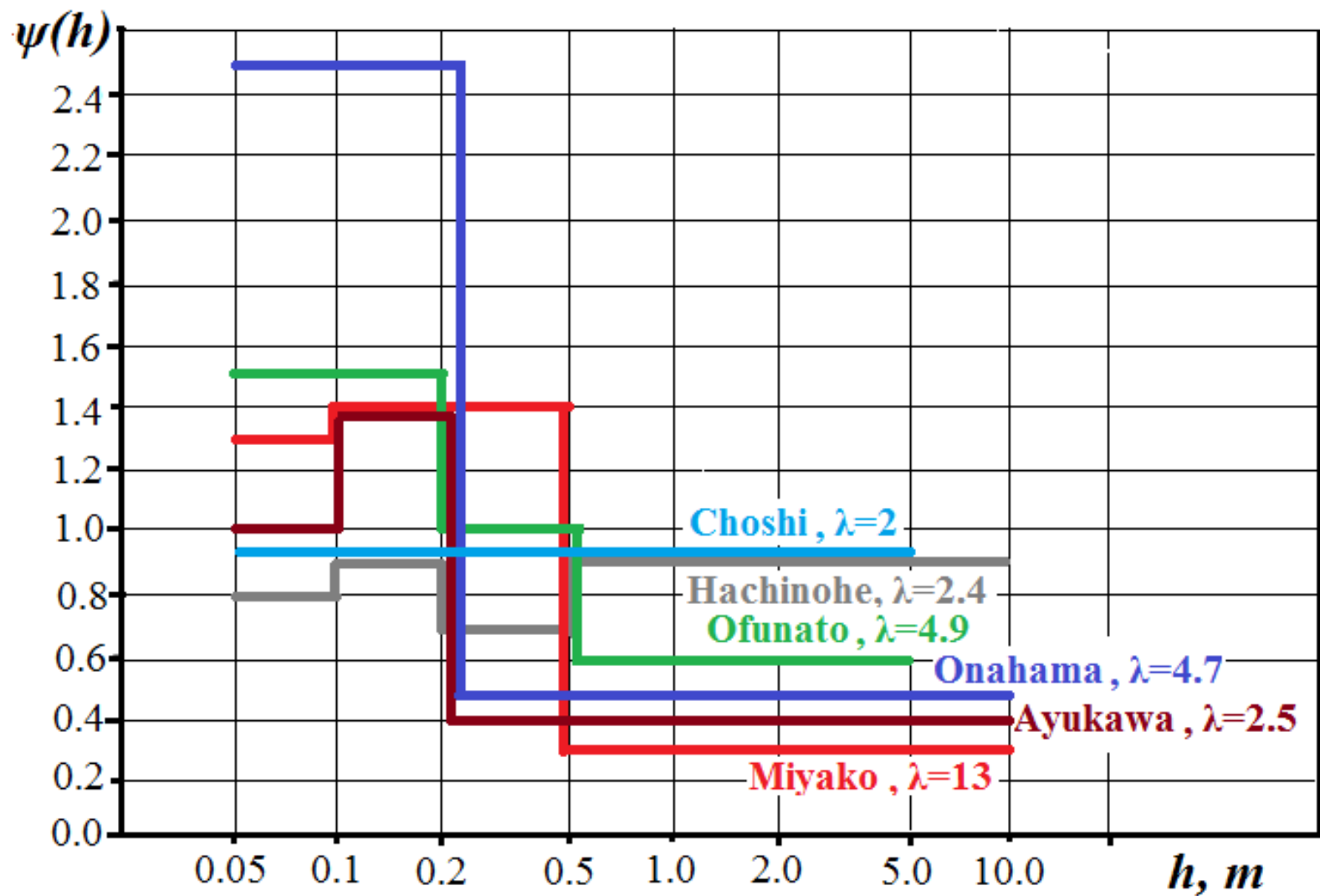
$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \cdot \Phi \left( \frac{h}{H_k^*} \right) = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_k \cdot \left( \frac{h}{H_k^*} \right)^{-1} = \left( \sum_{k=1}^m \tilde{f}_k \cdot H_k^* \right) \cdot h^{-1} = Ch^{-1}$$

## Функция повторяемости для катастрофических цунами

Для степенных функций повторяемости цунами относительный вклад разных частей цунамигенной зоны не зависит от пороговой высоты волны  $h$ :

$$\psi(h) = \frac{f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)}{f_2 \Phi\left(\frac{h}{H_2^*}\right)} = \frac{f_1 \cdot (H_2^*)^\alpha}{f_2 \cdot (H_1^*)^\alpha} = const$$

Для больших значений пороговой высоты волны  $h$  вследствие энергетических соображений эта функция будет отличаться от константы, причем  $\psi(h)$ , причем отличие будет более явным для значений  $\lambda = H_2^*/H_1^*$ , заметно больших единицы.



Очевидно убывание таких функций при  $\lambda > 4$ . В длительном историческом опыте Японии все катастрофические цунами были связаны только с «близкими» очагами, поэтому можно считать, что  $\psi(h) \rightarrow 0$  при увеличении  $h$ . Математической моделью ситуации является соотношение:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\Phi(\lambda x)}{\Phi(x)} = 0, \quad \lambda = \frac{H_2^*}{H_1^*} > 1$$

но тогда  $\psi(h) \rightarrow 0$  также и для функций типа  $\Phi(x) \cdot x^\beta$  с произвольной  $\beta$ . Поэтому функции повторяемости для больших высот цунами убывает быстрее любой степени, что делает приемлемой экспоненциальную аппроксимацию

$$\varphi(h) = f \cdot e^{-\frac{h}{H^*(x)}}$$



$$\begin{aligned}\varphi(h) &= \sum_{k=1}^m f_k \Phi\left(\frac{h}{H_k^*}\right) = \\ &= f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right) \cdot \left[1 + \sum_{k=2}^m \frac{f_k \Phi\left(\frac{h}{H_k^*}\right)}{f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)}\right] \rightarrow f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)\end{aligned}$$

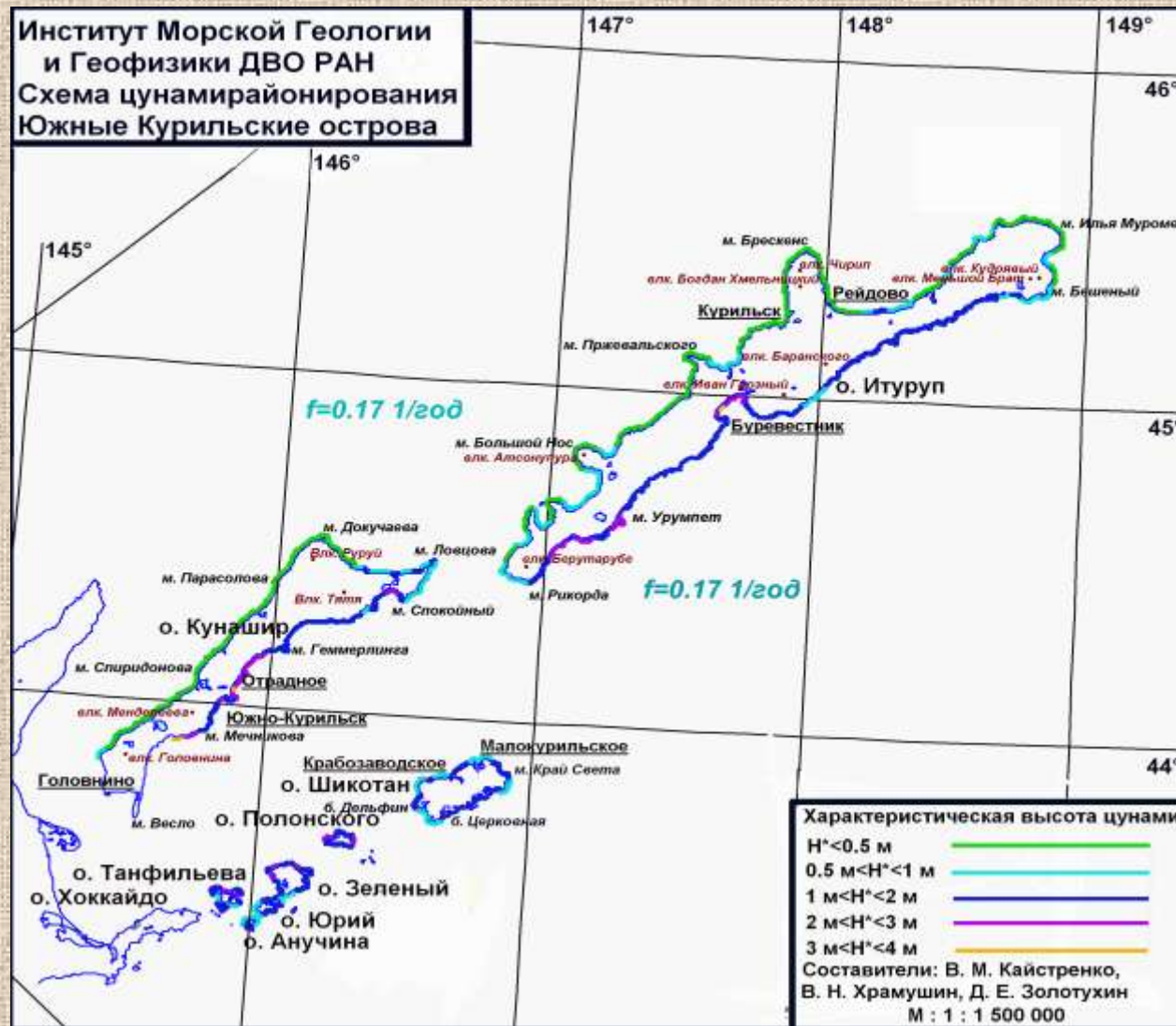
Цунамиопасность  $R(h;T)$  определяется вероятностью превышения заданного уровня  $h$  над уровнем океана в течение времени  $T$ :

$$R = 1 - P_0(> h) = 1 - e^{-\varphi(h) \cdot t}$$

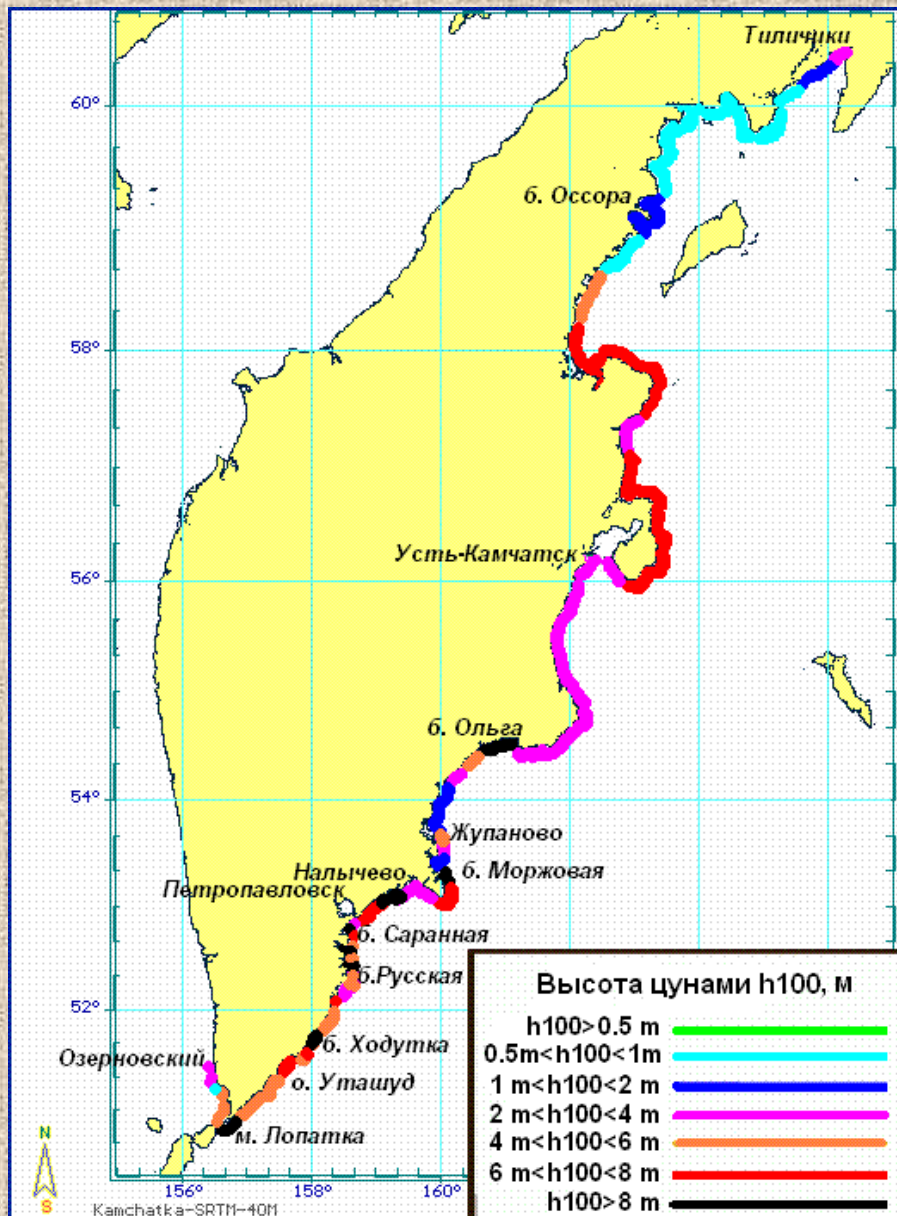
На самом деле допустимый уровень цунамиопасности  $R$  и период «безопасности»  $T$  должны задаваться нормами (пока отсутствующими) и тогда «безопасный уровень»  $h_{R,T}$  можно оценить по формуле

$$h_{R,T} = H * [\ln(f \cdot T) - \ln(-\ln(1 - R))]$$

# Карта цунамиопасности для Южных Курильских островов



(В.Кайстренко, В.Храмушин, Д.Золотухин, 2009)



## Карта цунамиопасности для Камчатки

(В.Кайстренко, В.Храмушин,  
Д.Золотухин, 2010)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Функция повторяемости для цунами для региона размером первые сотни километров является функцией одной комбинированной переменной  $h/H^*(x)$ .
2. Функция повторяемости для слабых цунами, должна быть степенной .

$$\Phi(H) = C \cdot H^\alpha$$

3. Значения параметра  $C$  для океана совпадают с диапазоном средних величина скорости косейсмической деформации в очаговой зоне цунами
4. Значения функции повторяемости для сильных и катастрофических высот цунами согласуются с отрицательной экспонентой.

$$\varphi(h) = f \cdot e^{-\frac{h}{H^*(x)}}$$

5. Катастрофические цунами для данной точки связаны с особой частью цунамигенной зоны.