

Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН

ФУНКЦИЯ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЦУНАМИ: СТРУКТУРА, ПАРАМЕТРЫ, КАРТЫ ЦУНАМИОПАСНОСТИ

В.Кайстренко

6 12 2005

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИИ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЦУНАМИ

$$\varphi(h) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{N(\geq h)}{T}$$

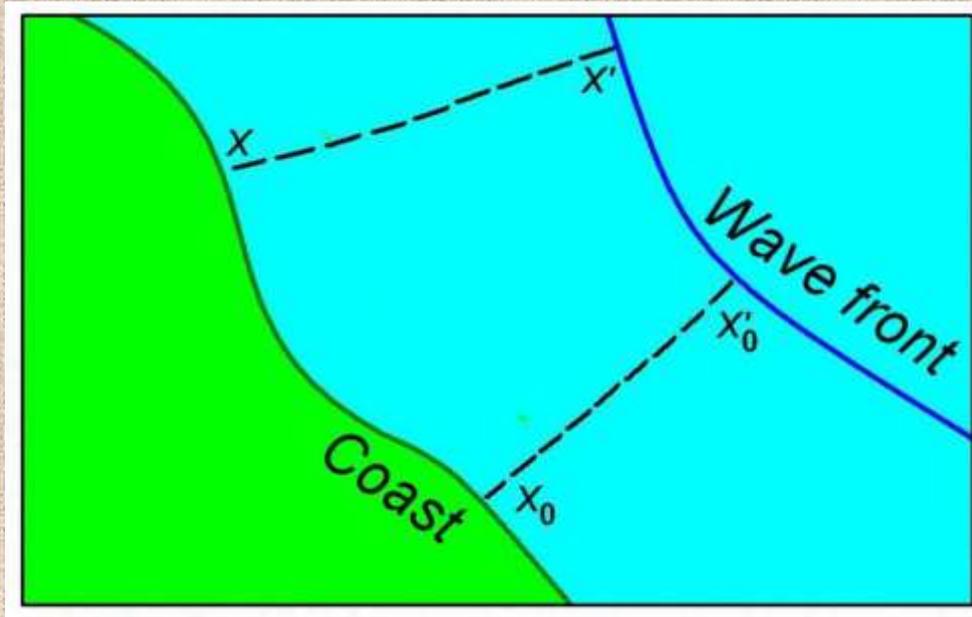
Функция повторяемости, как соотношение между физическими величинами, должна иметь безразмерную форму

$$\varphi(h) = f \cdot \Phi\left(\frac{h}{H^*}\right)$$

Кроме этого, она зависит от координат

$$\varphi(x; h) = f(x) \cdot \Phi\left(x, \frac{h}{H^*(x)}\right)$$

Важно определиться с физическим смыслом параметров f и H^*



(3)

Пусть

$$K(x', x) = \overline{K(x', x)}$$

цунами при распространении от точки x' в среднее значение коэффициента трансформации высоты океане до соответствующей точки x на побережье и положить $h = K(x', x) \cdot h'$. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{K(x', x)} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h}{K(x', x)} \cdot v \right) = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(h \cdot v \right) = 0$$

Для региона размером в первые десятки километров

$$\varphi(h) = F\left(\frac{h}{K^*}\right)$$

$$\varphi(h) = f \cdot \varphi\left(\frac{h}{H^*}\right)$$

f - асимптотическая частота сильных цунами в регионе

H^* - характеристическая высота цунами в данном пункте

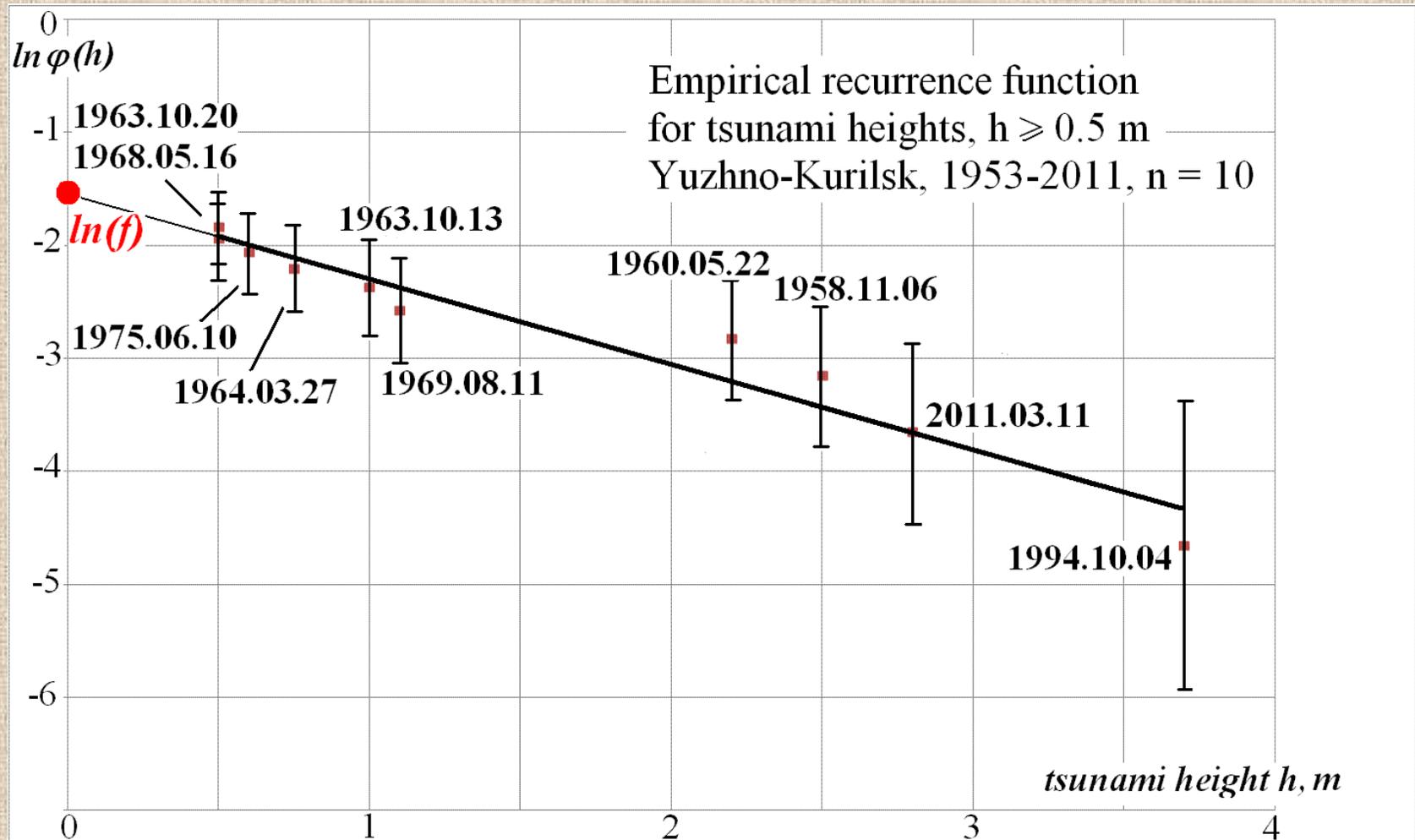
$$1 - \varphi(h) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{S_k} \cdot \varphi\left(\frac{h}{H_k}\right)$$

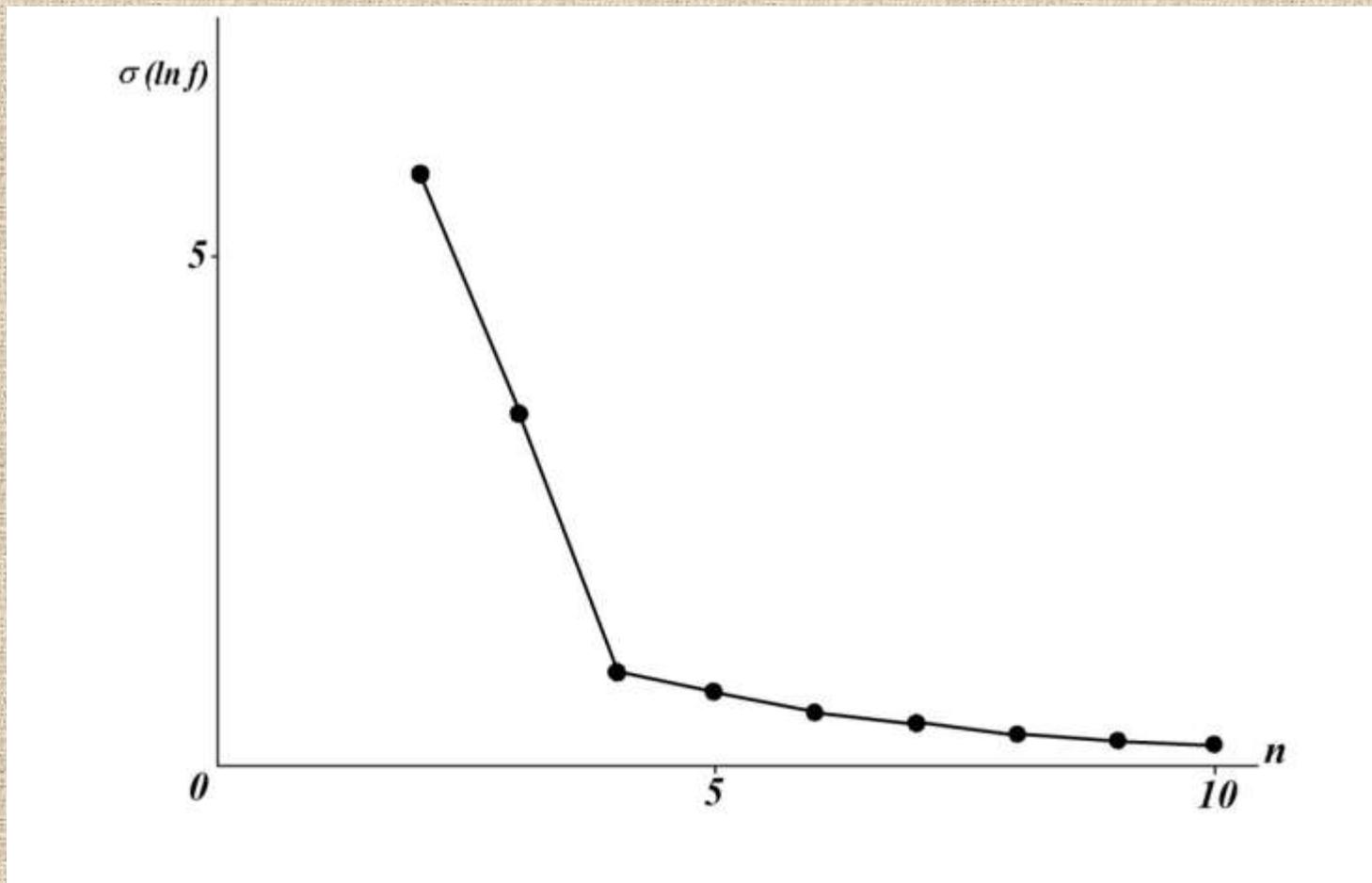
$$1 - \varphi(h) = \frac{\pi}{6} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{S_k} \cdot \varphi\left(\frac{h}{H_k}\right)$$

Tsunami Recurrence Function for big tsunami heights

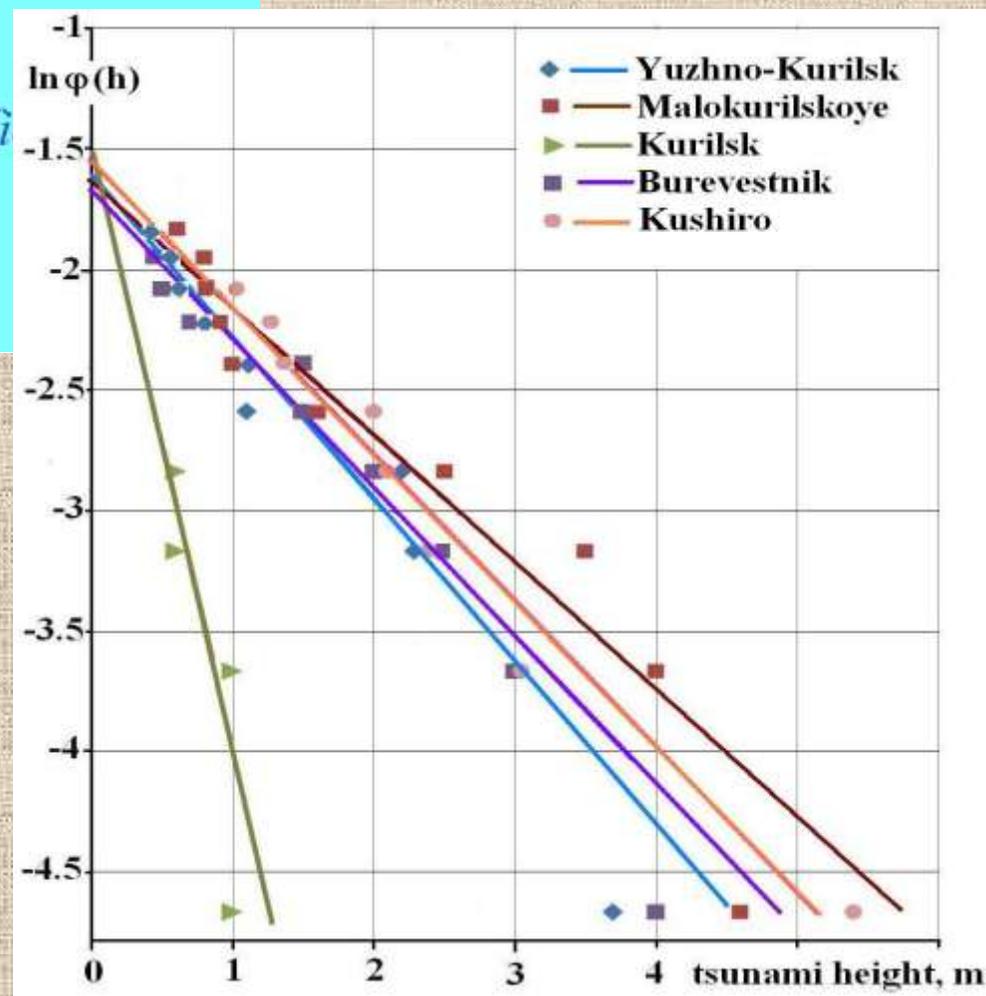


$$\ln(f) = -1,6 \pm 0,24, f = \mathbf{0.16} \text{ 1/year}$$
$$1/H^* = 0.7 \pm 0.2 \text{ 1/m}, H^* = \mathbf{1.5} \text{ m}$$





Дисперсия частоты цунами сильно зависит от числа используемых данных. Их должно быть не менее 4



Эмпирические функции повторяемости цунами для района Южных Курильских островов и северного Хоккайдо

Функция повторяемости цунами для слабых и умеренных цунами

Вдольбереговое распределение высот каждого конкретного цунами логнормально (Van Dorn, 1965 ; Kajiura, 1983; Go, 1993 ; Pelinovsky, 2000; Choi at al., 2002)

$$\rho(h) = \frac{1}{\sigma h \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(\frac{h}{h_0})]^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Phi(H) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln HK - \ln \lambda h_0}{\sigma} \right)^2} \Phi(h_0) \frac{dh_0}{h_0}$$

Функция повторяемости высот цунами есть собственная функция интегрального оператора, ядро которого есть функция вдольберегового распределения высот цунами, с собственным числом, равным 1.

Это – степенные функции $\Phi(H) = C \cdot H^\alpha$
 $0.6 < \alpha < 1.3$ $\alpha = -1$ $[C] = \text{см/год}$

Параметр C имеет размерность скорости, и значения, построенные по заплескам цунами, в диапазоне порядка нескольких см в год. Соответственно, значения этого параметра для океана примерно на порядок меньше, то есть в диапазоне порядка нескольких мм в год, что совпадает с масштабом средних скоростей вертикальных деформации земной коры в тектонически активных зонах океана.

Такое совпадение навряд ли случайно, поскольку цунами генерируются вертикальными движениями именно в таких зонах.

Универсальность функции повторяемости

L.Esteva (1970), Y.Kagan (1999).

Функция повторяемости φ кроме зависимости от пороговой высоты цунами h может также зависеть от ряда других параметров c_1, \dots, c_n ,

$$\varphi = \varphi(h, c_1, \dots, c_n)$$

Пусть цунамигенная зона С разбита на сумму двух зон А и В, тогда частные функции повторяемости будут функциями общего вида, зависящими от соответствующих наборов параметров (a_1, \dots, a_n) и (b_1, \dots, b_n) , относящихся к зонам А и В

$$\varphi(h, c_1, \dots, c_n) = \varphi(h, a_1, \dots, a_n) + \varphi(h, b_1, \dots, b_n)$$

где все параметры c есть функции параметров a и b

$$c_k = c_k(a_1, \dots, a_n; b_1, \dots, b_n)$$

Последнее уравнение определяет полугруппу

$$c = a \circ b$$

Частные производные исходного уравнения по a и b дают

$$\varphi'_c(h; c) \cdot c'_a(a; b) = \overset{def}{\varphi'_a(h; a)} = z(h; a),$$

$$\varphi'_c(h; c) \cdot c'_b(a; b) = \overset{def}{\varphi'_b(h; b)} = z(h; b).$$

Если $c(a;b)$ - есть гладкая функция своих аргументов и существует нулевой вектор параметров 0 , отвечающей нецунамигенной зоне $\varphi(h,0) = 0$, то матрица

Якоби $c'_a(a;0) = I$, и $c'_a(a;b)$ будет обратимой в окрестности $b=0$. Тогда

$$z(h;b) = z(h;a) \cdot [c'_a(a;b)]^{-1} \cdot c'_b$$

Последнее означает, что при фиксированном $a = \text{const}$, $z(h;b)$ есть линейная комбинация функций, зависящих только от h , с коэффициентами, зависящими только от b . Таким образом и сама функция повторяемости

$$\varphi(h;c) = \sum_{k=1}^m f_k(c) \varphi_k(h)$$

Поскольку высота цунами имеет размерность длины, то, согласно теории размерностей, должен существовать хотя бы один внутренний параметр (частоты - внешние параметры), имеющий размерность длины, так называемая, характеристическая для данного пункта высота цунами H^* , что задает структуру функции повторяемости:

$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \varphi_k \left(\frac{h}{H_k^*} \right)$$

Если исходить из универсальности, то

$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \Phi \left(\frac{h}{H_k^*} \right)$$

Для описания слабых и умеренных значений высот цунами требуется только один параметр

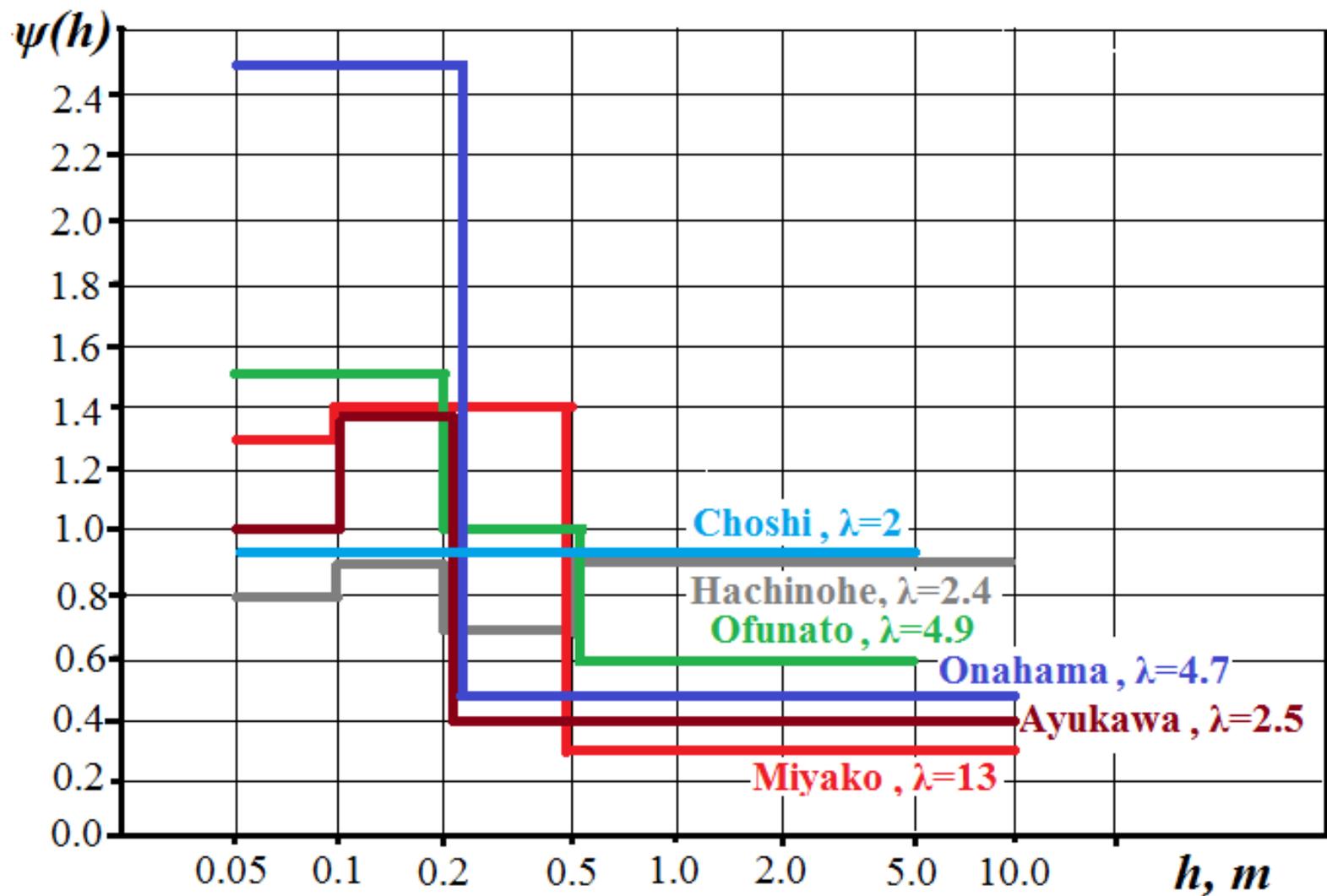
$$\varphi(h) = \sum_{k=1}^m f_k \cdot \Phi \left(\frac{h}{H_k^*} \right) = \sum_{k=1}^m \tilde{f}_k \cdot \left(\frac{h}{H_k^*} \right)^{-1} = \left(\sum_{k=1}^m \tilde{f}_k \cdot H_k^* \right) \cdot h^{-1} = Ch^{-1}$$

Функция повторяемости для катастрофических цунами

Для степенных функций повторяемости цунами относительный вклад разных частей цунамигенной зоны не зависит от пороговой высоты волны h :

$$\psi(h) = \frac{f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)}{f_2 \Phi\left(\frac{h}{H_2^*}\right)} = \frac{f_1 \cdot (H_2^*)^\alpha}{f_2 \cdot (H_1^*)^\alpha} = const$$

Для больших значений пороговой высоты волны h вследствие энергетических соображений эта функция будет отличаться от константы, причем $\psi(h)$, причем отличие будет более явным для значений $\lambda = H_2^*/H_1^*$, заметно больших единицы.



Очевидно убывание таких функций при $\lambda > 4$. В длительном историческом опыте Японии все катастрофические цунами были связаны только с «близкими» очагами, поэтому можно считать, что $\psi(h) \rightarrow 0$ при увеличении h . Математической моделью ситуации является соотношение:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\Phi(\lambda x)}{\Phi(x)} = 0, \quad \lambda = \frac{H_2^*}{H_1^*} > 1$$

но тогда $\psi(h) \rightarrow 0$ также и для функций типа $\Phi(x) \cdot x^\beta$ с произвольной β . Поэтому функции повторяемости для больших высот цунами убывает быстрее любой степени, что делает приемлемой экспоненциальную аппроксимацию

$$\varphi(h) = f \cdot e^{-\frac{h}{H^*(x)}}$$

$$\begin{aligned}\varphi(h) &= \sum_{k=1}^m f_k \Phi\left(\frac{h}{H_k^*}\right) = \\ &= f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right) \cdot \left[1 + \sum_{k=2}^m \frac{f_k \Phi\left(\frac{h}{H_k^*}\right)}{f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)}\right] \rightarrow f_1 \Phi\left(\frac{h}{H_1^*}\right)\end{aligned}$$

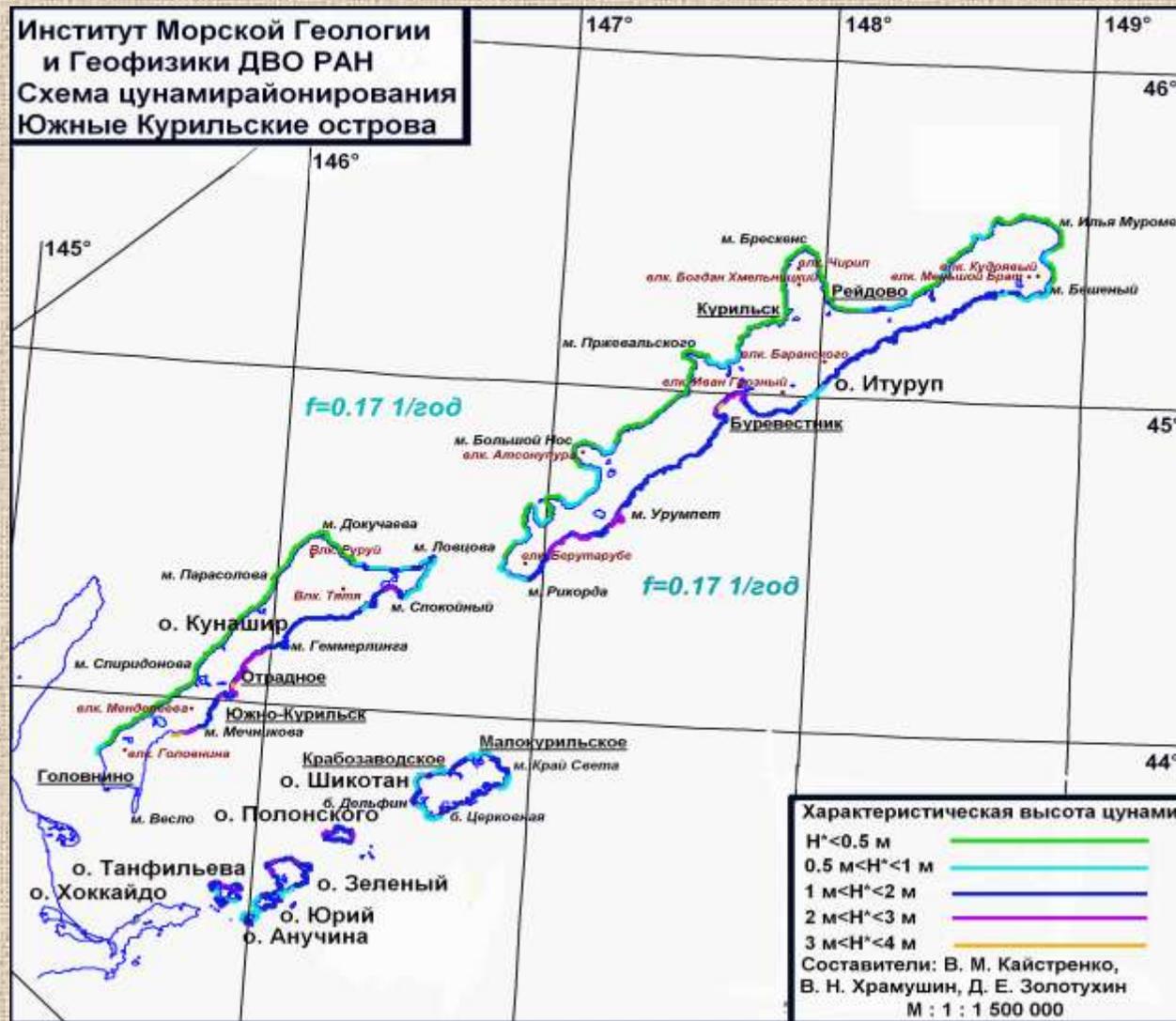
Цунамиопасность $R(h;T)$ определяется вероятностью превышения заданного уровня h над уровнем океана в течение времени T :

$$R = 1 - P_0(> h) = 1 - e^{-\varphi(h) \cdot t}$$

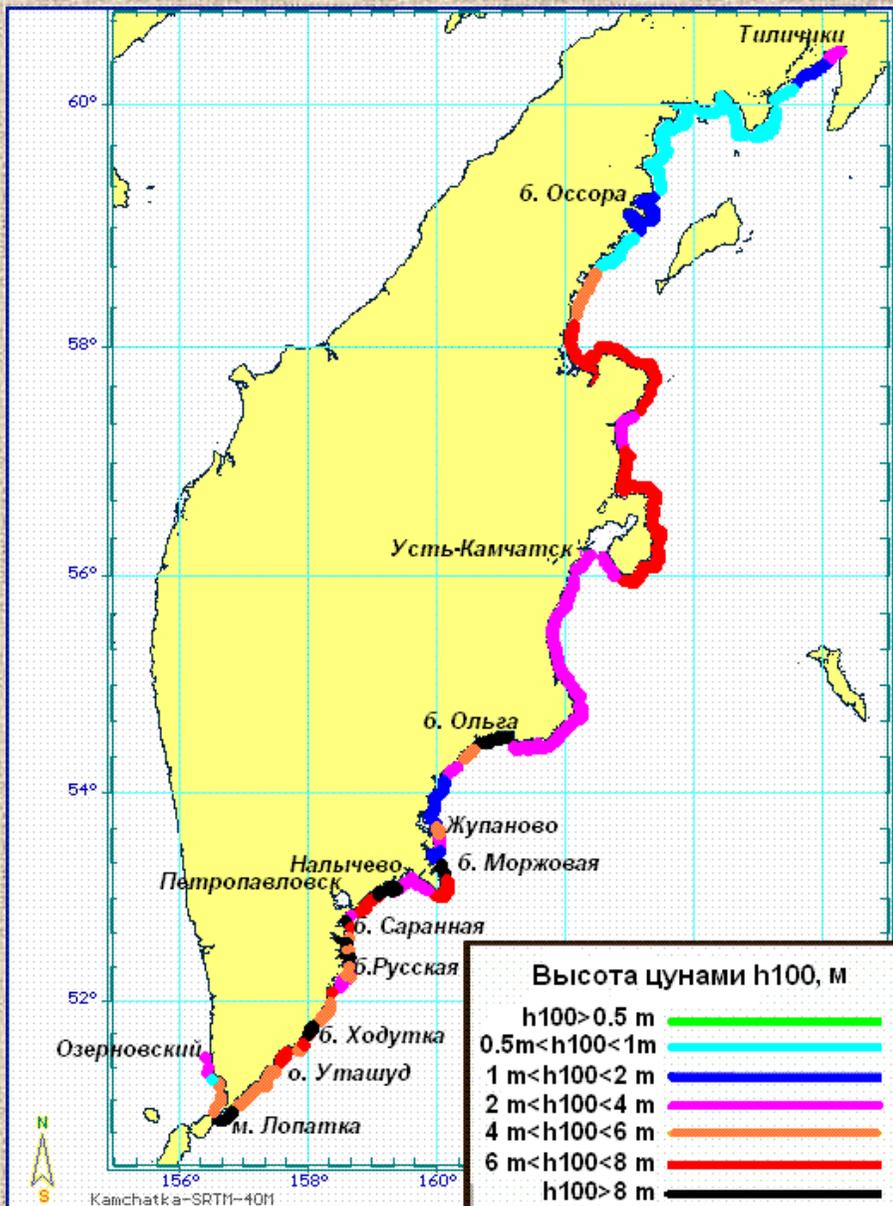
На самом деле допустимый уровень цунамиопасности R и период «безопасности» T должны задаваться нормами (пока отсутствующими) и тогда «безопасный уровень» $h_{R,T}$ можно оценить по формуле

$$h_{R,T} = H * [\ln(f \cdot T) - \ln(-\ln(1 - R))]$$

Карта цунамиопасности для Южных Курильских островов



(В.Кайстренко, В.Храмушин, Д.Золотухин, 2009)



Карта цунамиопасности для Камчатки

(В.Кайстренко, В.Храмушин,
Д.Золотухин, 2010)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Функция повторяемости для цунами для региона размером первые сотни километров является функцией одной комбинированной переменной $h/H^*(x)$.
2. Функция повторяемости для слабых цунами, должна быть степенной .

$$\Phi(H) = C \cdot H^\alpha$$

3. Значения параметра C для океана совпадают с диапазоном средних величина скорости косейсмической деформации в очаговой зоне цунами
4. Значения функции повторяемости для сильных и катастрофических высот цунами согласуются с отрицательной экспонентой.

$$\varphi(h) = f \cdot e^{-\frac{h}{H^*(x)}}$$

5. Катастрофические цунами для данной точки связаны с особой частью цунамигенной зоны.