УДК 551.21+550.343.6

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПРОГНОЗИРУЕМОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОТОКА

Малышев А.И.
Институт геологии и геохимии УрО РАН, г. Екатеринбург, malyshev@igg.uran.ru

Введение

С рождения вулканологии прогноз извержений находится в перечне приоритетных задач этой науки. Еще в начале прошлого века, после первых в истории инструментальных наблюдений вулканической и сейсмической активности влк. Усу (Ноккайдо, Япония), Ф. Омори писал: “Я полагаю, что задача прогнозирования большого вулканического извержения является, в некоторых случаях, не очень трудной” [12]. Общую оптимистическую позицию исследователей выразил Г.В. Тиррель ([7], с. 8): “Более подробное знание вулканических сил и явлений, последовательности вулканических событий когда-нибудь откроет нам скрытый ритм в их деятельности и таким образом поможет сохранять жизнь и имущество, предупреждая об опасности”. К настоящему времени несомненные успехи достигнуты в долгосрочном прогнозировании, в оценках вулканической опасности и разработках методов ее уменьшения для густонаселенных районов (защитные сооружения, места укрытий, пути эвакуации). Что касается средне- и краткосрочного прогнозирования, то здесь продвижение не столь значительно. В частности, за 75-летнюю историю отечественной вулканологии признаны успешными лишь 29 средне- и краткосрочных прогнозов [1], тогда как общее количество извержений в Курило-Камчатском регионе за этот период на порядок больше. Япония – одна из стран, в наибольшей степени подверженных риску извержений и при этом располагающих развитой сетью наблюдательных станций. Поэтому показательно, что в фундаментальной монографии японских исследователей Т. Нисимура и М. Игучи [11] раздел, посвященный прогнозу времени извержений, ограничивается лишь тремя страницами. В нем упоминаются работы Минаками (влк. Асама, Япония, 1960 г.), П.И. Токарева (влк. Безымянный 1955-1961 гг., влк. Токачи 1962 г., влк. Шивелуч 1964 г.) и теоретические разработки Б. Войта 1988 г. Дальнейшего развития эти исследования не получили. Т. Нисимура и М. Игучи отмечают, что эти результаты демонстрируют возможность предсказания времени извержения по предшествующей ему сейсмической активности. Однако некоторые извержения происходят без выраженной сейсмической подготовки. Тем не менее, исследователи признают перспективность метода, так как есть много случаев предсказания времени извержения на основе анализа данных, собранных как раз перед извержением, и одновременно акцентируют внимание на необходимости дальнейших исследований по определению пределов, надежности и точности прогноза с использованием таких методов. Именно эта задача – оценка прогнозируемости потока сейсмичности на примере вулканов Шивелуча, Безымянного, Ключевского, Толбачика и Кизимена – ставится перед данным исследованием, результаты которого предполагается осветить в цикле статей. В этой статье внимание акцентировано, прежде всего, на описании методики прогнозных оценок, и иллюстрации ее возможностей на примере извержения влк. Шивелуч в 1964 г. Выбор этого извержения как методологически эталонного определяется тем, что к вопросу его прогнозируемости автор [3] уже обращался на начальном этапе разработке методики. Поэтому для иллюстрации особенностей методологических разработок анализ прогнозируемости логично начать именно с него.

Общий подход

Базовую основу прогноза любого процесса составляет выявление существующих тенденций в его развитии и экстраполяция их в будущее. Однако, несмотря на наличие прогнозно значимых признаков активизации вулканических систем в преддверии извержений, невысокая эффективность средне- и краткосрочного прогнозирования обусловлена, по мнению автора, несколькими причинами. Первой из них является проблема комплексного подхода к изучению деформационного процесса, предваряющего и сопровождающего вулканические извержения. Как известно, в природе существуют два вида деформаций горных пород – хрупкие (дизъюнктивные) и пластические (пликативные). Эти виды деформаций взаимосвязаны, взаимозависимы и нередко сменяют друг друга в доминирующем качестве. Пластические деформации могут предварять и провоцировать хрупкое разрушение пород и, наоборот, хрупкие деформации могут стать причиной последующей пликативной релаксации. Негативное значение для прогнозных исследований в данном случае имеет то обстоятельство, что проявления обоих видов деформаций оказываются в областях исследований разных научных дисциплин при помощи разных методов. Вулканические землетрясения возникают вследствие хрупких деформаций горных пород и быстрых перемещений мобильного вещества (газы и расплавы) по образующимся разрывам [11] и их изучает сейсмология, тогда как медленные пластические деформации нередко не сопровождаются сейсмичностью и доступны для изучения исключительно геодезическими методами. В связи с этим оценки прогнозируемости сейсмического потока соотносятся исключительно с прогнозом развития хрупких деформаций и/или быстрых перемещений мобильного вещества по разрывам. Поэтому рассматривать их в качестве универсальных оценок прогнозируемости извержений не вполне корректно. Тем не менее, прогнозируемость сейсмического потока как прямого свидетельства развития хрупких разрушений и быстрых перемещений вещества в постройке вулкана имеет большое (а иногда и определяющее) прогнозное значение. Кроме того, используемая в оценках прогнозируемости математическая модель (см. ниже) была получена автором этих строк при изучении в 1980–1987 гг. деформаций постройки влк. Безымянного, которые на ранних стадиях были исключительно пластическими при отсутствии сейсмических свидетельств хрупких разрушений. Именно на основании этих наблюдений автором были сделаны 3 успешных из 29 официально признанных средне- и краткосрочных прогнозов извержений на Камчатке [1], что свидетельствуют в пользу универсальности данного подхода к прогнозу извержений при условии комплексного анализа обоих видов деформационных процессов.

Математическая модель

Второй причиной низкой эффективности средне- и краткосрочного прогнозирования является проблема с выбором адекватной математической модели. Известно [6], что уменьшение ошибок вычисления численными методами достигается на аппроксимационных конструкциях, отражающих рассматриваемый физический процесс. Однако именно с выбором адекватной математической модели исследователи вулканосейсмического и сейсмического процессов всегда испытывали трудности. В частности, П.И. Токарев, анализируя графики активизации влк. Безымянного в 1955–1963 гг., сделал вывод о нарастании активности вулкана “по гиперболическому или экспоненциальному закону” ([8], с. 71). Хотя в основу прогнозного метода для вулкана Безымянного им была положена гиперболическая зависимость, он отмечает, что “во всех случаях наблюденные данные хорошо аппроксимируются и экспонентой” (там же, с. 74). При анализе активизации влк. Шивелуч в 1964 г. П.И. Токарев первоначально использовал гиперболическую аппроксимационную зависимость [9], однако впоследствии [10] он был вынужден от нее отказаться в пользу комбинации линейной и гиперболической зависимостей. Все это характеризует ситуацию отсутствия устойчивой аппроксимационной модели и состояние ее поиска.

Исходными данными для используемой в данных исследованиях математической модели послужили эмпирические закономерности [4], установленные автором в ходе наблюдений за процессом извержений влк. Безымянного независимо от более ранних наблюдений П.И. Токарева. Прежде всего это признаки саморазвития и саморегуляции вулканического процесса в виде “прямой” и “обратной” лавинообразности. Для процесса активизации вулкана обычна “прямая” лавинообразность, то есть нарастание активности вулкана в зависимости от его текущего состояния, – чем больше активизирован вулкан, тем быстрее происходит его активизация. В процессе затухания извержения прослеживается определенная аналогичная, но “обратная” лавинообразность, отличающаяся от лавинообразности активизации вулкана лишь знаком, – чем ниже уровень активности вулкана, тем медленнее происходит ее снижение.

Дальнейший анализ различных саморазвивающихся природных процессов привел автора к выводу [2, 4, 5] о том, что их динамика описывается уравнением

$$x'' = k\,|(x')^{\lambda} - (x'_0)^{\lambda}|^{\alpha/\lambda}, \qquad (1)$$

где x – любая неубывающая количественная характеристика процесса, x' и x'' – ее производные по времени, k – коэффициент пропорциональности, а показатели степени λ и α определяют нелинейность процесса соответственно в окрестностях стационарного состояния ($x' \approx x'_0$) и на значительном от него удалении ($x' >> x'_0$). Логический смысл этого уравнения сводится к сделанному в терминах теории подобия предположению [3], что в случае саморазвивающихся процессов “силы”, возникающие при отклонении системы от стационарного состояния формируются за счет развития самой системы и пропорциональны разности “энергии движения”, откуда путем несложных выкладок и получается предыдущее уравнение для случая $\lambda = 2$. Есть определенные основания рассматривать это уравнение как отражающее нелинейность течения внутреннего “времени” в саморазвивающихся системах, что обусловливает требование монотонности (неубывания) к анализируемой количественной характеристике процесса.

Эмпирическое обоснование этого уравнения легко получить [5] двукратным дифференцированием временных рядов землетрясений по накопленному количеству толчков, их суммарной энергии и “условным деформациям”. Для результирующих графиков зависимости x'' от x' в логарифмическом масштабе типично наличие двух асимптот – наклонной и вертикальной. Вертикальная асимптота соответствует скорости развития процесса в стационарном состоянии x'_0, тогда как наклонная – взаимозависимости между скоростью x' и ускорением x'' процесса при значительных отклонениях от стационарного состояния. Показатель степени α определяет тангенс угла наклона наклонной асимптоты, коэффициент k – ее смещение, а показатель степени λ определяет поведение процесса в районе сопряжения асимптот.

В качестве аппроксимационной математической модели имеет значение частный случай уравнения (1) при $x'_0 = 0$ или при $x' >> x'_0$:

$x'' = k\,(x')^{\alpha}$. (2)

Это уравнение в дифференциальном виде характеризует упоминавшуюся выше лавинообразность как активизации систем (чем больше, тем быстрее), так и снижения их активности (чем меньше, тем медленнее) при возвращении в состояние покоя.

В отличие от уравнения (1), решения которого в общем случае не представимы в явном виде и требуют численного интегрирования, уравнение (2) легко решается аналитически:

при k = 0 решения представлены линейными зависимостями –

$x = x_1 + x'(t - t_1)$, $x' = \mathrm{const}$;

при $k \neq 0$, $\alpha \neq 1$ и $\alpha \neq 2$ решения представлены параболами ($\alpha < 1$), гиперболами ($1 < \alpha < 2$) и “супергиперболами” ($2 < \alpha$) –

$x = X_a + [k(\alpha - 1)(T_a - t)]^{(\square - 2)/(\alpha - 1)}/[k(2 - \alpha)]$,

$x' = [k(1 - \alpha)(t - T_a)]^{1/(1 - \alpha)}$ или $x' = [k(2 - \alpha)(x - X_a)]^{1/(2 - \alpha)}$,

$T_a = t_1 + (x'_1{}^{1 - \alpha})/[k(\alpha - 1)]$, $X_a = x_1 + (x'_1{}^{2 - \alpha})/[k(\alpha - 2)]$;

при $k \neq 0$ и $\alpha = 1$ решения представлены экспонентами –

$x = X_a + (x_1 - X_a)\exp[k(t - t_1)]$, $x' = k(x_1 - X_a)\exp[k(t - t_1)]$, $X_a = x_1 - x'_1/k$;

при $k \neq 0$ и $\alpha = 2$ решения представлены логарифмическими зависимостями –

$x = x_1 + \ln|(T_a - t_1)/(T_a - t)|$, $x' = 1/[k(T_a - t)]$, $T_a = t_1 + 1/(kx'_1)$.

Здесь x_1, x'_1 и t_1 – начальные условия (значения параметра, скорости его изменения и времени), T_a и X_a – значения асимптот по времени и параметру).

При аппроксимационном использовании уравнения (2) представляет интерес тот факт, что его решения представляют собой либо собственно линейную зависимость (k = 0), либо сводятся к линейным зависимостям при логарифмировании:

при k = 0

$x = Ax + B$, где $A = x' = \mathrm{const}$ и $B = x_1 - At_1$;

при $k \neq 0$, $\alpha \neq 1$ и $\alpha \neq 2$

$\ln|x - Xa| = A\ln|t - T_a| + B$, где $A = (\alpha - 2)/(\alpha - 1)$ и $B = \ln|k(\alpha - 1)| \times (\alpha - 2)/(\alpha - 1) - \ln|k(\alpha - 2)|$;

при $k \neq 0$ и $\alpha = 1$

$\ln|x - X_a| = A \times t + B$, где $A = k$ и $B = \ln|x_1 - X_a| - k \times t_1$;

при $k \neq 0$ и $\alpha = 2$

$x = A \times \ln|T_a - t| + B$, где $A = -1/k$ и $B = x_1 + \ln|T_a - t_1|/k$.

Следует отметить, что формально уравнение (2) соответствует уравнению, предложенному Б. Войтом [13] для описания динамики нарастания вулканической активности в преддверии кульминации извержения. Б. Войт [14, 15] рассматривал данное уравнение, как фундаментальный закон горной механики, описывающий разрушение горных пород в условиях примерного постоянства температуры и давления.

Критерий оптимизации

Третьей причиной низкой эффективности средне- и краткосрочного прогнозирования является проблема с выбором критерия оптимизации. Эту проблему наглядно иллюстрирует ситуация, возникшая в исследованиях П.И. Токарева – “во всех случаях наблюденные данные хорошо аппроксимируются и экспонентой” ([8], с. 74), как и гиперболой, что в действительности свидетельствует об отсутствии критерия, позволяющего среди бесконечного множества аппроксимационных зависимостей выбирать наилучшую. В свою очередь неопределенность с выбором лучшей аппроксимационной зависимости полностью исключает возможность устойчивых экстраполяций в будущее, т.е. прогноз.

Проблема с выбором критерия оптимизации стала причиной задержки появления практически значимых результатов. Результатом более чем 20-летних авторских поисков стала оптимизация по максимуму коэффициента упорядоченности K_r:

$K_r = [n \times (x_n - x_1) \times (t_n - t_1)/\Sigma(\Delta x_i \times \Delta t_i)]^{0.5}$.

Здесь n – число точек на аппроксимируемом участке фактических данных; $(x_n - x_1)$ и $(t_n - t_1)$ – диапазоны изменения фактических данных на этом участке соответственно по параметру x и времени t (выполняют функции нормирования обеих координат на диапазон изменений от 0 до 1), Δx_i и Δt_i – отклонения каждой точки фактических данных от расчетной кривой соответственно по оси абсцисс и по оси ординат. В практическом использовании удобен десятичный логарифм коэффициента упорядоченности – уровень упорядоченности $L_r = \lg(K_r)$.

Оптимизация

Процедура поиска оптимальной аппроксимации описана в работе [5] и кратко может быть охарактеризована следующим образом. Аппроксимируемый участок фактических данных анализируется для всех возможных вариантов сочетания асимптот по времени и по параметру. Например, асимптота по времени может быть меньше минимального значения времени на аппроксимируемом участке, может отсутствовать и может быть больше максимального значения времени на аппроксимируемом участке. Три аналогичных варианта имеются и для асимптоты по параметру. Таким образом, возможные сочетания положения обеих (и по времени, и по параметру) асимптот ограничены 9 случаями, для каждого из которых оптимизация выполняется независимо, а затем из них выбирается вариант с наибольшим значением коэффициента упорядоченности. Для тех вариантов, в которых определены асимптоты и по времени, и по параметру, оптимизация выполняется методом рекуррентных сечений (см. [5]) с перебором вариантов возможных значений асимптот.

В ходе оптимизационного поиска расчет коэффициента упорядоченности в каждом пробном его определении осуществляется следующим образом. После пересчета фактических данных в координаты, для которых предполагается “квазилинейная” форма расчетной зависимости, параметры A и B этой зависимости определяются при помощи стандартной линейной аппроксимации. Затем по этим параметрам с учетом заданного сочетания значений асимптот определяются параметры уравнения (2) и начальные условия для его частного решения, что позволяет получить расчетную зависимость этого решения. И, наконец, уже эта зависимость используется для получения в реальных координатах расчетных значений по параметру и времени и используемых при расчете $K_{уп}$ отклонений Δx_i и Δt_i.

Алгоритм обработки каталога

Последовательности землетрясений представляют собой дискретные временные ряды, в которых каждому событию соответствует скачкообразное изменение параметра x. В качестве последнего рассматривается суммарное количество толчков (N), сумма кв. корней из энергии землетрясений (т.н. “накопленные условные деформации”, D), сумма энергии землетрясений (E). В обрабатываемых массивах данных каждое событие характеризуется двумя значениями параметра – нижним (без приращения параметра в момент события) и верхним (с учетом приращения параметра), что отражает ступенчатый характер изменения параметра.

В ходе исследований каждое событие анализируемого каталога последовательно рассматривается, как “текущее” событие. Момент времени этого события принимается за “настоящее”. Время, предшествовавшее данному событию, считается “прошлым”, а последующее время – “будущим”. Опорный участок для прогноза выбирается при помощи пробных аппроксимаций. Первая пробная аппроксимация включает минимальное число событий (7 событий), к каждой последующей добавляется ближайшее событие из “прошлого” вплоть до включения первого события в каталоге. Все аппроксимации с $K_{уп} < 10$ игнорируются. Из числа пробных аппроксимаций по-возможности выбираются пять вариантов для ретропрогнозных оценок: первый – по максимуму коэффициента упорядоченности $K_{уп}$, остальные – по ближайшему и главному максимумам нелинейности как для активизации ($k > 0$), так и для затухания ($k < 0$). В качестве критерия нелинейности используется соотношение $K_{уп}/K_{лин}$, где $K_{лин}$ – упорядоченность рассматриваемого участка в случае линейной аппроксимации. Первый вариант определяется всегда, остальные – в зависимости от наличия и сочетания текущих тенденций нелинейности процесса. Варианты нелинейности имеют значение постольку, поскольку позволяют отслеживать на фоне главной тенденции, например, к стационарному развитию начинающуюся (и поэтому пока еще слабо выраженную) тенденцию к активизации, на фоне доминирующей активизации – признаки начинающегося затухания и т.п.

Поскольку каждое событие каталога представлено двумя фигуративными точками, а в аппроксимационном поиске для каждой точки рассматриваются 5 возможных вариантов, то для каждого события теоретически возможно получить 10 прогнозных оценок. Получаемое в реальности число таких оценок ниже, так как, например, вариант с максимумом по коэффициенту упорядоченности может совпадать как с ближним, так и с главным максимумом по нелинейности активизации, а максимумы по нелинейности затухания могут отсутствовать.

Оценка прогнозируемости

Для оценки прогнозируемости используется среднее отклонение фактических точек (t_f, x_f) от расчетной кривой по нормали σ в координатах, нормированных на диапазон от 0 до 1:

$$\sigma = \{\Sigma[(((x_r - x_f)/(x_n - x_1)) \times ((t_r - t_f)/(t_n - t_1)))^2/(((x_r - x_f)/(x_n - x_1))^2 + ((t_r - t_f)/(t_n - t_1))^2)]/n\}^{0.5}.$$

Здесь $x_r = x(t_f)$ и $t_r = t(x_f)$ – расчетные значения параметра и времени. Данная формула получается на основе элементарных геометрических построений, в которых кратчайшее расстояние от фактической точки (t_f, x_f) до расчетной кривой оценивается в первом приближении как высота прямоугольного треугольника (x_r, t_f)–(x_f, t_f)–(x_f, t_r), опущенная на гипотенузу (x_r, t_f)–(x_f, t_r) из противолежащей вершины, являющейся фактической точкой (t_f, x_f).

Далее аппроксимация экстраполируется в "будущее" до тех пор, пока нормальное расстояние каждой последующей (прогнозируемой) фактической точки (t_p, x_p) до расчетной кривой

$$\Delta_{npr} = [(((x_r - x_p)/(x_p - x_1)) \times ((t_r - t_p)/(t_p - t_1)))^2/(((x_r - x_p)/(x_p - x_1))^2 + ((t_r - t_p)/(t_p - t_1))^2)]^{0.5}$$

не превышает 3 средних отклонений по нормали на аппроксимационном участке $\Delta_{npr} \leq 3\sigma$, т.е. находится в полосе допустимых ошибок. Здесь $x_r = x(t_p)$ и $t_r = t(x_p)$ – расчетные значения параметра и времени.

Количественная оценка дальности прогноза определяется через величину прогнозной дистанции $\Delta = \{[(t_p - t_n)/(t_n - t_1)]^2 + [(x_p - x_n)/(x_n - x_1)]^2\}^{0.5}$, где x_p и t_p – значения параметра и времени предельного прогнозируемого события, x_n и t_n – соответствующие значения для "текущего" события и x_1 и t_1 – для начального события в опорной для аппроксимации и последующего прогноза последовательности. Проекции прогнозной дистанции Δ на оси координат характеризуют дальность прогноза (прогнозные дистанции) по времени Δ_t и параметру Δ_x. Поскольку прогнозная дистанция Δ зависит от ширины полосы допустимых отклонений, постольку для оценки качества прогноза более корректно использование относительной прогнозной дистанции $\Delta_{отн} = \Delta/\sigma$. Поскольку последняя характеристика меняется в диапазоне нескольких десятичных порядков, то на практике удобно использовать десятичный логарифм этой величины – уровень прогнозируемости $L_p = \lg(\Delta_{отн})$.

Для дифференцированной оценки прогнозной статистики по активизации и затуханию, а также для определения прогнозно значимых значений показателя степени нелинейности α в уравнениях (1) и (2) используется коэффициент прогнозной нелинейности $K_{pn} = \Delta_{отн}\ \lg|x'_p/x'_n|$, представляющий собой произведение относительной прогнозной дистанции $\Delta_{отн}$ и десятичного логарифма отношения прогнозируемой на середину прогнозного интервала скорости изменения параметра $x'_p = x'((t_n + t_p)/2)$ к ее текущему значению $x'_n = x'(t_n)$. Знак K_{pn} характеризует активизацию ($K_{pn} > 0$ при $x'_p > x'_n$) или затухание ($K_{pn} < 0$ при $x'_p < x'_n$), а абсолютная величина K_{pn} используется в качестве веса в статистических оценках по активизации и затуханию. Возможность подобных оценок обусловлена тем, что уравнение (2) представляет собой частный случай уравнения (1) при $x'_0 = 0$ или при $x' >> x'_0$, соответствующий наклонной асимптоте зависимости x'' от x' в логарифмическом масштабе. Поэтому чем больше прогнозная скорость отличается от текущей скорости, тем ближе данная прогнозная зависимость к выполнению условий для реализации уравнения (2). В свою очередь, наличие в составе коэффициента прогнозной нелинейности K_{pn} относительной прогнозной дистанции $\Delta_{отн}$ позволяет выделить среди всех нелинейных последовательностей наиболее прогнозно значимые и уже по ним статистически определить величины показателя степени α в уравнениях (1) и (2).

Вывод

Разработанная методика делает возможным реалистичный (без завышенных ожиданий и, в то же время, без игнорирования имеющихся возможностей) подход к прогнозу той части вулканического процесса, которая соответствует развитию хрупких деформаций и/или быстрых перемещений вещества по образующимся трещинам. Опыт предыдущих работ [4] показывает, что применительно к пластическим деформациям задача прогноза может решаться аналогичным образом при изучении объемных изменений с использование геодезических методов.

Список литературы

1. Иванов В.В. Средне- и краткосрочные прогнозы извержений вулканов на Камчатке (1956–2012 гг.) // Вестник КРАУНЦ. Науки о Земле. 2013. № 2 (22). С. 98–119.
2. Малышев А.И. Динамика саморазвивающихся процессов // Вулканология и сейсмология. 1991. № 4. С. 61–72.
3. Малышев А.И. Гиперболические закономерности сейсмической подготовки извержения в. Шивелуч 12 ноября 1964 г. // Вулканология и сейсмология. 2000. № 3. С. 70–78.
4. Малышев А.И. Жизнь вулкана. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2000б. 262 с.
5. Малышев А.И. Закономерности нелинейного развития сейсмического процесса. Екатеринбург: ИГГ УрО РАН, 2005. 111 с.
6. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: Наука, 1976. 248 с.
7. Тиррель Г.В. Вулканы. Изд-во ОНТИ НКТП СССР. 1934. 220 с.
8. Токарев П.И. Извержения и сейсмический режим вулканов Ключевской группы (1949–1963 гг.). М.: Наука, 1966. 118 с.
9. Токарев П.И. Гигантское извержение вулкана Шивелуч 12 ноября 1964 г. // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1967. № 9. С. 11–22.
10. Токарев П И. Вулканические землетрясения Камчатки. М.: Наука, 1981. 164 с.
11. Nishimura T., Iguchi M. Volcanic earthquakes and tremor in Japan., Kyoto Univ. Press, 2011. 253 p.
12. Omori F. The Usu-san eruption and earthquakes and elevation phenomena // Bull. Imp. Earthq. Invest. Comm. 1911. 5. 1–38.
13. Voight B. A method for prediction of volcanic eruptions // Nature. 1988. V. 332. P. 125–130.
14. Voight B. A relation to describe rate-dependent material failure // Science. 1989. V. 243. P. 200–203.
15. Voight B., Orkan N., Young K. Deformation and failure-time prediction in rock mechanics // Rock mechanics as a guide for efficient utilization of natural resources. 1989. Balkema, Rotter-dam. P. 919–929.