процессы релаксации в среде блочного строения

А.Н. Кролевец

Российская Академия Народного Хозяйства и Государственной Службы Петропавловск-Камчатский филиал, priemnaya@pk.ranepa.ru

Введение

Ключом к пониманию деталей афтершокового процесса может стать феноменологическая закономерность затухания интенсивности афтершоков, названная законом Омори [8]: dN/dt = K/t. Здесь t – время, отсчитываемое от момента главного события, dN – число афтершоков в течение времени dt (dN и dt – физически бесконечно малые величины), K – коэффициент пропорциональности. Предложены и иные, феноменологические аппроксимации, более точно приближающие dN/dt. Точность достигается ценой введения в уравнения дополнительных подгоночных параметров. Такова, например, формула Утсу [10]: $dN/dt = K/(t+c)^p$, *с* и *p* –подгоночные параметры. Физической же по своей сути является модель афтершоков Беньоффа [6], способная объяснить накопление энергии элементами очага и её последующей диссипации. Особенности спадания интенсивности Беньоффом не исследовались. В настоящей работе анализ закона Омори, и сопоставление с идеями Беньоффа позволили предложить физическую модель процессов, объясняющую временной ход спадания интенсивности афтершоков. Выводы, следующие из анализа модели, сопоставляются с наблюдательными данными. Для исследования использован региональный каталог землетрясений Камчатского филиала ГС РАН, по состоянию на декабрь 2016 г. [2]. Классификация землетрясений по энергии выполнялась с помощью класса К, [5]. Район исследования заключен в рамки по широте φ от 46.6° до 62.6° N, по долготе λ от 148.5° до 174.4° E.

Моделирование афтершокового процесса

Проинтегрировав закон Омори по времени, получим

 $N = K \cdot \ln(t) + H, \qquad (1)$

здесь *H* – постоянная интегрирования. Видим, что накопленное к моменту времени *t* число афтершоков N связано с логарифмом времени линейно. В работах [7, 9] отмечается линейная же связь величины деформации образцов пород с логарифмом времени в лабораторных экспериментах после резкого изменения напряженного состояния образцов. Сопоставление (1) с результатами Григгса, Шольца позволяет, предположить пропорциональность величины накопленной линейной деформации среды в определенном пространственном направлении после главного события накопленному числу афтершоков. Формула (1) допускает ещё и следующую интерпретацию. Временную шкалу афтершокового процесса, можно разбить на неперекрывающиеся последовательно следующие интервалы – предлагаем назвать их «этапами», длительности которых возрастают по закону, близкому к геометрической прогрессии, причем в течение каждого интервала происходит примерно одно и то же количество событий ΔN . Например, при удвоении интервалов $\Delta N = K \cdot \ln(2)$. Итак, предлагаются следующие основания для физического моделирования афтершокового процесса: 1. В продолжение афтершокового процесса в разных временных масштабах следуют однотипные, физические процессы "этапы". Длительность каждого следующего этапа в разы отличается от предыдущего. 2. На каждом этапе пространственно ограниченные упруго деформированные фрагменты объема среды (блоки) отделены от остального объема разломами в виде одной или бо́льшего числа плоских поверхностей (площадок) [3]. Блоки по площадкам движутся, испытывая действие упругих и вязких сил. Частицы, удаленные от площадок, движутся квазинепрерывно, а примыкающие к площадкам, - испытывая зацепления и срывы. 3. Срывы в продолжение отдельного этапа порождают серии афтершоковых событий. В простейшей ситуации, отдельная серия афтершоков ассоциируется с движением одного блока в продолжение одного этапа. 4. Обозначим s_0 – полное смещение блока в продолжение этапа. Длительность каждого очередного временного промежутка между следующими по порядку афтершоками близких энергий во временных рамках этапа соответствует времени движения блока на расстояние s₀/m. Здесь т –число, являющееся полным числом частичных смещений в продолжение одного этапа, близкое, но большее числа афтершоковых событий отдельной серии. Возможные значения *m* могут быть установлены из наблюдений. Сформулированные выше гипотезы, близки также к идеям модели "stick—slip", идеям

иерархического строения геофизической среды [4, 3]. *Физическую* модель движений в очаговой зоне построим сначала для совокупности *несвязанных блоков* (рис. 1а, б), и множества связанных блоков (рис. 1в). Положим, что элементами, моделирующими вязкоупругое движение отдельного блока в течение этапа, являются соединенные вместе элементы [6] (рис. 1б): *G*₁, *G*₂ – упругие,



Рис. 1. Модели движущихся упруго связанных блоков. На рис.1в – выше блоков указаны их номера (0..М).

R- резистивный (диссипативный), f –разлом, F – внешняя для блока сила. G_I -представляет упругие свойства большей части объема блока, а G_2 – части, примыкающей к разлому. Движение блоков считаем квазистатичным: силами инерции пренебрегаем. Это оправдано для промежутков времени, пока блоки в зацеплении: от десятков минут и более. Поэтому сила F уравновешивается силами со стороны G_I и R. Пусть x(t) – изменение одного из размеров элемента G_I (блока), значение отсчитываем от положения в момент начала движения, – $k \cdot x$ –упругая сила, k –коэффициент жесткости, - $\beta \cdot dx / dt$ – сила вязкого трения, dx / dt – скорость, β – коэффициент пропорциональности механизма ньютоновского вязкого трения. Условие и уравнение квазистатического равновесия вдоль оси Ox: $0 = F - k \cdot x - \beta \cdot dx / dt$. Теперь значение полного смещения в течение этапа $s_0 = F / k$, а $\tau = \beta / k$ – характерное время процесса. Решение:

$$x(t) = s_0 \cdot (1 - \exp(-t/\tau)).$$
 (2)

Афтершоки, обусловленные кратковременными подвижками по разлому f (рис. 16), происходят в моменты времени t_i каждый раз, когда изменение деформации упругого элемента G_2 "величина потенциальной подвижки" после последнего афтершокового события достигает одного и того же критического значения, близкого к величине s_0/m . Грубо можно считать все подвижки одной серии по значению одинаковыми. Тогда афтершоки серии будут происходить в моменты времени t_i , когда значения деформации блока (G_1 по схеме рис. 16) составят последовательность: $x(t_i) = s_0 \cdot i / m$, для i = 1, 2...m - 1. Из (2), получаем выражение для моментов времени t_i , отсчитываемых от момента начала этапа

$$t_i = -\tau \cdot \ln(1 - i/m). \tag{3}$$

Небольшое, близкое к (m - 1) число афтершоков отдельного этапа, и близкие значения их энергий не позволяет считать, что движение лишь одного блока моделирует весь афтершоковый процесс. В реальности, в продолжение рассматриваемого этапа могут двигаться и другие блоки, но с иными характерными временами. Усложняет интерпретацию последовательности афтершоков возможное одновременное движение непосредственно не связанных блоков с близкими значениями τ . В случае же существенного отличия характерных времен, формула (3) для t_i останется в силе. Оценка длительности этапа $\tau \cdot \ln(m)$ получается из (3), если принять i = m - 1. Можно ожидать, весь афтершоковый процесс является последовательностью этапов релаксации блоков среды с возможностью временного наложения этапов разных блоков.

Распределение характерных времён т. Линейный анализ движений модельной цепочки из M одинаковых связанных блоков (рис.1в) позволяет рассматривать движения, как наложение релаксационных мод с разными т: $1/\tau_n = 2 (1 - \cos(n \cdot \pi/M)/\tau)$. Здесь n – номер моды. Из выражения τ_n получаем: минимальное время релаксации соответствует моде с максимально возможным номером n = M/2: $\tau_{M/2} = \tau/2$. Максимальное же время релаксации соответствует моде с (n = 1). Если считать, что число блоков M >> 1 и разложить $\cos(\pi/M)$ в ряд по малому параметру π/M , получим, $\tau_1 \approx \tau (M/\pi)^2$, что в $2(M/\pi)^2$ раз превышает минимальное значение. К примеру, для цепочки из M=120 блоков минимальное τ отличается от максимального, почти в 3000 раз. В простейшей модели будем считать этапы следующими последовательно без временного перекрытия. Положим, вначале, что значения τ_j последовательных этапов также составляют геометрическую прогрессию: $\tau_j = 2^{j-6}$ суток, j = 1..7, m = 6 для всех серий. Моменты наступления афтершоков, считая от начала первого этапа (формула (3) при $\tau = \tau_1$, i = 1..5): 0.0057, 0.0127, 0.0217, 0.0343, 0.0560 суток. Считаем началом каждого следующего этапа момент наступления последнего события на предыдущем этапе. Интервалы

времени ожидания наступления афтершоковых событий, считая от начала очередного этапа, получим, умножив эту пятерку чисел на 2^1 (для второго), на 2^2 (для третьего) и т.д. Располагая этапы последовательно на временной шкале, вычислим для каждого τ_i ожидаемые моменты наступления афтершоковых событий. Значения N получаем, как результат сквозной нумерации этих моментов, начиная с единицы. На рис. 2а точками представлен результат вычислений "модель 1": зависимость N $-\log(t)$. Сплошной линией представлены и N(t), вычисленные по проинтегрированной формуле Утсу: $N = K \cdot c^{1-p} \cdot ((1 + t/c)^{1-p} - 1)/(1 - p)$. Здесь использовались параметры K = 7.11, c = 0.048 и p = 0.99полученные путем минимизации суммы квадратов разностей для каждого момента времени накопленного числа N модельных "афтершоков" и N(t) вычисляемой по формуле. Как видим, приближение Утсу удовлетворительно описывает монотонный характер сгенерированных в рамках модели данных. Для сравнения на рис. 26 и 2в представлены аналогичные графики для реальных афтершоков двух камчатских землетрясений: 02.03.1992: $K_s \ge 11$ (рис. 26) и 05.12.1997: $K_s \ge 12.3$ (рис. 2в). Здесь наблюдаются и выраженные изменения наклонов отдельных "кусков" графиков. Последнее обстоятельство можно трактовать, как результат отклонений от регулярности зависимости $\tau_{i+1} = r$. т_і. Ожидалось, что модельные зависимости N(t), построенные с использованием случайных значений $lg(\tau_i)$, имеющих *равномерное* распределение, будут в большей степени сходны с диаграммами, построенными по данным, для реальных афтершоков. Сгенерируем теперь значения т_i так, чтобы числа $y_i = \lg(\tau_i)$ оказались случайными равнораспределёнными. С помощью генератора случайных чисел, был получен, отсортирован по возрастанию ряд у, семи псевдослучайных чисел в интервале от -3 до 2: -2.314, -1.888, -1.689, -0.704, -0.446, 0.038, 1.621. Далее, для каждого было вычислено значение $\tau_i = 10^{y_j}$. Для полученного псевдослучайного набора τ_i вычислены, по формуле (3), моменты наступления афтершоковых событий, считая от начала соответствующего этапа, затем абсолютные значения моментов времени. На рис. 2г представлена "модель 2": результат вычислений: N(t) и сглаживающая кривая для тех же моментов t. Теперь подгоночные параметры формулы Утсу имели значения: K = 4.01, c = 0.030, p = 1.37. По нашему мнению, результат моделирования с использованием псевдослучайных характерных времен т_i в большей степени соответствует реальным данным, чем с использованием ряда "регулярных" τ_i . Смоделированная последней зависимость N(t), проявляет, как плавный тренд, описываемый формулой Утсу, так и заметные отклонения от монотонности.



Рис. 2. Сравнение модельных временных последовательностей афтершоков (а, г) с реальными (б, в).

Пространственное распределение гипоцентров реальных афтершоков. Теперь проверим положения модели: 1) существование плоских площадок - граней блоков. 2) Этапность, означающая, что последовательности афтершоков можно группировать в *серии* с разными характерными временами *τ*. 3) Применимость формулы (3). Результаты проиллюстрируем по материалам исследования афтершоков Кроноцкого землетрясения (КЗ). Площадки скольжения (грани) блоков обнаруживались по событиям с *K_s* ≥ 12.3. Этапность, же - по событиям с гипоцентрами на плоскостях скольжения.

Дата	φ°	λ°	h, км	Δh , км	K_s	N
05.12.97 11:26	54.64	162.55	10	2	15.5	1
05.12.97 11:35	53.86	161.19	32	29	13.9	2
05.12.97 11:37	54.099	163.124	24.2	5	13.7	3
05.12.97 11:42	53.54	161.8	37	3	12.7	4
05.12.97 11:45	54.97	161.97	11	4	12.9	5
05.12.97 11:48	54.29	162.46	10	10	13.5	6
05.12.97 11:51	53.9	161.5	19	8	12.5	7

Таблица 1. Подкаталог мощнейших событий КЗ, по которым отыскивались площадки скольжения

Отобранные так хронологически подряд афтершоки сведены в таблице. 1. φ , λ , h – координаты гипоцентров, N – номер для отобранных. Поиск выполнялся визуально графическими средствами математического пакета Maple. На 3-х мерных точечных графиках гипоцентров выявлялись площадки, на каждой из которых оказалось бы не менее четырех гипоцентров. Для каждой из визуально выявленных площадок по методу наименьших квадратов устанавливались представленные в таблице 2 параметры a_j , b_j , d_j линейного соотношения, связывающего глубину h_N каждого гипоцентра плоской площадки с его координатами φ_N и λ_N : $h_N = a_j \cdot \varphi_N + b_j \cdot \lambda_N + d_j$. Для этого минимизировалась сумма квадратов разностей глубин, вычисленных по формуле и значений h из каталога.

Тоблино 2 Пор	MATRI I HIGOROOTAŬ	голициророния	admonutorop V	nououroro penner	maconua 1007 r
таолица 2. Пар	аметры плоскостей	труппирования	афтершоков к	роноцкого землет	ряссния 199/1.

пл.	а,км/град	<i>b</i> ,км/град	<i>d</i> ,км	Ν	δh , ($arDelta h_N$), км
1	-17.86333700	-1.876962778	1296.87	2, 3, 4, 5	0.2 (12); 0.1 (29); -0.2 (17); -0.1 (5)
2	-43.46853780	8.548170637	981.30	3, 4, 6, 7	-0.1 (29); 0.1 (17); 0.1 (3); -0.1 (7)

Обязательно требовалось выполнение условия: модули невязок $\delta h_N = /h_N - h/$, вычисленных значений h_N , не должны превышать погрешностей глубин гипоцентров из каталога. В таблице 2 представлены параметры a_j , b_j , d_j двух площадок группирования для гипоцентров хронологически первых афтершоков K3, номера N событий, попадающих на соответствующую площадку. В том же порядке: списки невязок δh_N и, для сравнения, погрешностей Δh_N . Информация о попаданиях гипоцентров на площадки вне временных рамок серий при вычислениях параметров площадок не учитывалась. Как видим из таблицы 2, все шесть следующих подряд афтершоков (исключая N=1 - основное событие) попадают на две площадки при этом невязки δh (отклонения от площадок по глубине) во всех случаях оказываются много меньшими погрешностей Δh определения глубин. Обе площадки можно интерпретировать как площадки скольжения. Объём публикации не позволяет представить данные по всем найденным площадкам K3 и ряда других сильных камчатских землетриений.

Временное следование афтершоков с гипоиентрами на найденных плошадках. Этапность исследовалась по событиям, попадающим во временное и пространственное окна, но лишь, на первую и/или вторую площадки (j=1, 2 табл. 2), но теперь классов K_s ≥ 11. В хронологическом порядке отбирались афтершоки КЗ с глубиной гипоцентров h < 100 км, попадающие в пространственное окно [1], для которых невязки $|\delta h_N| \leq \Delta h$. Оказалось, что временной промежуток с 05.12.1997 11:26 по 08.06.1999 13:58 естественным образом распадается на семь временных интервалов "этапов", включающих серии афтершоков. *i*- номер события в серии. Временные рамки этапов идентифицируются по линейности связи момента времени t наступления афтершокового события либо с номером события *i* в серии, либо с параметром $\psi = -\ln(1 - i/m)$ (формула 3). m = 14 и *m*=8 - соответствуют второму и шестому этапам. Обратная экстраполяция момента времени к значению i=0, всех семи этапов позволяет получить значения t_0 – условных моментов начала этапа (рис.3). Интервалы Δt рис. 3 – промежутки времени от условного момента начала этапа до момента наступления события во временных рамках серии. На рис. 3(a, B, J, K) – линейная связь $\Delta t(i)$. Числовые коэффициенты соответствует средним промежуткам времени между последовательными событиями. Для второго и шестого этапов на рис. 3(б, е) представлена линейная связь $\Delta t(\psi)$. Здесь числовые коэффициенты линейных зависимостей являются значениями характерного времени τ формула (3) этапов. В промежуток времени с 01.01.98 20:03 по 30.05.98 3:51 ни один гипоцентр событий класса $K \ge 11$ не попадает на площадки 1, 2. По длительности этот промежуток может быть выделен в отдельный "тихий" этап взаимодействия блоков, с площадками 1 и 2.

Обсуждение и заключение

В пользу вывода о *реальном существовании площадок скольжения* свидетельствует попадание *следующих подряд в подкаталоге* гипоцентров на плоские площадки и сравнение невязок δh с погрешностями Δh (табл.2). В подавляющем большинстве случаев оказывается, что δh меньше, чем Δh примерно на порядок. Установленная кусочность линейной связи $\Delta t(i)$ или $\Delta t(\psi)$ афтершоков K3, указывает на этапность процесса и одновременно выявляет временные рамки этапов. В течение двух этапов (рис. 3 б, е) оказывается полностью справедливой формула (3), причём *m* на единицу больше полного числа событий этапа. Процессы в течение остальных пяти временных промежутков (рис.3) можно интерпретировать как в среднем равномерное движение блоков. По нашему мнению, движение в течение этапов 1, 3-5 (рис.3 а, в-д) также может интерпретироваться в рамках формулы (3). Однако, близость к линейности N(i) на первом этапе (рис. 3а) обусловлена большим значением параметра $m\approx 120$.





Рис. 3. Графики и уравнения линейных приближений зависимостей момента времени Δt наступления события, от его номера (*i*), либо параметра $\psi = -\ln(1 - i/m)$. Временные рамки этапов также указаны рядом с каждым из графиков. Δt отсчитывается от момента условного начала каждого из этапов. R^2 – коэффициент детерминации.

Процесс с относительно невысоким значением затухания на первом этапе прерывается до того, как полное число (семь) событий этого этапа – достигает предельного значения, близкого *m*. Детальная интерпретация движений в течение этапов 3-5 (рис. 3в-д) в рамках формулы (3) вызывает затруднение. На каждом из них можно предложить наложение нескольких затухающих экспоненциально (формулы (2) и (3)) движений с близкими значениями τ для каждого. Отдельно стоят «тихий этап» январь – май 1998 г. и этап 7 (рис. 3 ж). Значение интенсивности (*dN/dt*) афтершоков *Ks*≥11 на этапе 7 близко к средним значениям до основного события (05/12/1997). Это можно интерпретировать так, что события «этапа» 7 для самых крупных блоков уже не относятся к афтершоковым. Процесс для этих крупных блоков закончился к началу января 1998 г. Относительно быстрые движения после этого совершали лишь более мелкие структурные образования.

Список литературы

1. Гусев А.А., Левина В.И., Салтыков В.А., Гордеев Е003.И. Сильное Кроноцкое землетрясение 5 декабря 1997 // Кроноцкое землетрясение на Камчатке 5 декабря 1997 г. П-К: КГАРФ, 1998. С. 32-54.

2. Каталог сейсмических событий Камчатского филиала ГС РАН <u>www.emsd.ru/ts</u>

3. *Кролевец А.Н.* Иерархическая модель активной геофизической среды. //Вулканология и сейсмология. 2003. № 6. С. 71-80.

4. Садовский М.А., Писаренко В.Ф. Сейсмический процесс в блоковой среде. М.: Наука, 1991, 96 с.

5. *Федотов С.А.* Энергетическая классификация Курило-Камчатских землетрясений. М.: Наука. 1972. 117 с.

6. Benioff H. Earthquakes and rock creep: // Bull. Seism. Soc. Am. 1951. V. 41. № 1. P. 31-62.

7. Griggs D. Creep of Rocks// Jour. Geol. 1939. V. 47. P. 225-251.

8. *Omori F*. On the aftershocks of earthquakes // Journal of the College of Science, Imperial University of Tokyo. 1894. № 7: P. 111–200.

9. Scholz C. H. Microfractures, aftershocks, and seismicity // Bulletin of the Seismological Society of America. 1968, V.58, № 3, P. 1117-1130.

10. Utsu T. A statistical study on the occurrence of aftershocks // Geoph.Magazine.1961.V. 30. P. 521-605.