

УДК 550.34

СТАТИСТИКА ЗНАЧЕНИЙ НОРМИРОВАННОЙ ПОДВИЖКИ В ТОЧКАХ РАЗЛОМА-ОЧАГА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

© 2011 г. А. А. Гусев

*Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, г. Петропавловск-Камчатский
Камчатский филиал ГС РАН, г. Петропавловск-Камчатский*

Поступила в редакцию 23.09.2009 г.

Чтобы дать статистическое описание для значений финальной подвижки (дислокации) в разных точках площадки разлома-очага землетрясения, проанализирована созданная недавно сводка моделей протяженных очагов, полученных при решении обратной задачи очага. Изучали вероятностную функцию распределения для нормированной средней подвижки в субочаге — элементе большого очага. Нормировка выполнялась для каждого большого очага — результата индивидуальной инверсии, путем деления подвижки в субочаге на среднее по субочагам данного очага. Обработка включала следующие шаги: неформальная отбраковка менее надежных инверсий; нормировка; построение эмпирических функций распределения для индивидуальных землетрясений и для объединенной выборки. Для эмпирических функций распределения оценивали параметры и проводили аппроксимацию простыми законами. Обнаружено, что статистическая структура значений подвижки относительно устойчива. Индивидуальные эмпирические распределения имеют коэффициент вариации 0.98 ± 0.28 , и в целом напоминают экспоненциальный закон. Верхний хвост распределения спадает достаточно быстро, в среднем по степени $\alpha = 3.5-4$. В сводном распределении имеется заметный атом в нуле с весом порядка 10%. Наличие такого атома затрудняет приближение наблюдаемого распределения простым законом. Предложено приемлемое описание модифицированным логнормальным законом; модификация включает сдвиг влево и винзоризацию в нуле. Причиной появления атома в нуле может быть наличие неразрушаемых барьеров при распространении разрыва или участков обратного скольжения, но нельзя исключить, что они являются артефактом процедуры инверсии. Результаты дают необходимую основу для практического моделирования сценарных землетрясений, они также интересны для физики очага землетрясения.

Ключевые слова: очаг землетрясения, разлом, подвижка, дислокация, статистика, закон распределения.

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия для многих сильных землетрясений мира удалось получить десятки записей сильных движений вблизи очага. Хотя результаты инверсии кинематики очага, полученные по этим данным, все еще не вполне надежны, они дают ценную основу для характеристики в первом приближении свойств реальных очагов. На этом пути получен ряд важных результатов. Так, выявлено поведение процесса разрыва в очаге в виде “импульса скольжения” ограниченной длительности, бегущего вслед за фронтом разрыва [Heaton, 1990]. Обнаружено [Tsai, 1997], что двумерный пространственный спектр функции окончательной (финальной) подвижки близок к степенному, что подтвердило идею фрактальной структуры этой функции [Andrews, 1980]. Установлена сильная неравномерность пространственного распределения финальной подвижки по площадке очага: она формирует локальные пятна повышенных значений, так называемые “шероховатости” (asperity), см., например, [Somerville et al., 1999]. Для четкости изложения и исключения путаницы мы далее используем термин “распределение” только в вероятностном смысле, а

финальную подвижку (дислокацию) как функцию координат на площадке очага будем называть “дискретная модель подвижки” или ДМП. В работе [Somerville et al., 1999] были впервые установлены некоторые важные закономерности для распределения значений функции финальной подвижки, позже в [Irikura, 2006] они были успешно использованы при моделировании сильного движения. Но общий подход в этих работах сводится к представлению дискретной модели подвижки через небольшое число индивидуальных объектов — прямоугольных “шероховатостей”, наложенных на однородный фон. Вопрос об устройстве функции распределения для значений подвижки остается практически неисследованным. В работах автора [Gusev, Pavlov, 2006; 2009; Гусев и др., 2008] это распределение при моделировании очагов принималось логнормальным, на основании очевидного качественного согласия и небольшого числа неопубликованных тестов. Данный вопрос заслуживает детального анализа.

Недавно Мартин Май (США—Швейцария) создал онлайн-ресурс “База данных моделей разрыва в протяженных очагах” [Mai, 2004, сокращенно SRCMOD]. Эта сводка содержит более 150 при-

веденных к единому формату решений обратной задачи для очага. Использование этого ценного источника, где приведены как опубликованные, так и авторские материалы, позволило с ограниченными усилиями решать поставленную выше задачу. Главная трудность заключается не в анализе функции распределения, который относительно несложен, а в отборе приемлемых дискретных моделей подвижки на основе плохо формализуемых критериев. В этой ситуации результаты анализа имеют неизбежно предварительный характер. Но даже такой анализ представляет интерес, поскольку статистика подвижки несет важную информацию о механике скольжения в очаге. Она также необходима для прогноза сильных движений грунта. Структура дальнейшего изложения следующая. Сначала описан отбор и предварительная обработка наиболее надежных инверсий подвижки. Затем строятся эмпирические функции распределения — сначала для индивидуальных событий, а затем по объединенной выборке (в сущности, с осреднением по событиям), проводится их параметризация, аппроксимация и анализ.

ОТБОР ДАННЫХ И АНАЛИЗ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Последний (2007 г.) вариант базы данных SRCMOD включает 152 результата инверсии (кинематика разрыва, финальная подвижка, или ДМП и др.) для 80 землетрясений. Данные эти крайне неоднородны по надежности и качеству. Для получения относительно достоверных результатов инверсии важно, во-первых, использовать как источник исходных данных достаточное число сейсмограмм, полученных вблизи очага (“близких”). Часть решений получена инверсией только телесеismicческих сейсмограмм, и только около половины ДМП построены с использованием заметного числа “близких” записей. Во-вторых, нередко инверсия, использующая обычно скорости сильных движений, дает суммарный seismicческий момент заметно ниже, чем известный по относительно надежным низкочастотным данным поверхностных волн. Недостающую часть момента некоторые авторы добавляют к уже реконструированной ДМП в виде постоянного фона, что резко искажает статистическую структуру значений подвижки. В-третьих, при инверсии некоторые авторы используют густую сетку неизвестных, оценки для значений в которой заранее предполагаются сильно коррелированными для соседних субочагов. Это резко искажает статистику в области хвостов, кроме того, искусственно раздувается объем данных. Поэтому были сразу отсечены данные следующих типов: для событий ранее 1968 г., без данных ближней зоны, с явно ненулевым фоном и с числом субочагов — узлов сетки ДМП более 350 (с одним исключением).

Оставшиеся после такой селекции ДМП все еще явно неравноценны: некоторые выглядят как “недоглаженные” при инверсии (это может искусственно утяжелить хвосты распределения), некоторые кажутся избыточно сглаженными, что могло искусственно снизить ширину пика распределения. Однако формальных критериев для отсека подобных случаев выработать не удалось, и отбор приемлемых ДМП проводился неизбежно субъективно. Всего отобрано 37 ДМП. После отбора, в случае, когда для одного события имелось более одной ДМП, каждой приписывался вес $1/K$, где K — число ДМП для этого события (иначе получалось бы, что чем больше публикаций по событию, тем выше его вес). Веса использовались далее при расчете средних. В таблице приводятся краткие характеристики отобранных ДМП. Через страницу <http://www.seismo.ethz.ch/srcmod/Events.html> доступны более полные данные по каждому событию, а литературные ссылки расположены на странице <http://www.seismo.ethz.ch/srcmod/References.html>.

Основными исходными данными анализа были M матриц ДМП (массивы slipSPL), содержащих значения подвижки в субочагах $S_{pq,k}$, где $k = 1, 2, \dots, M$ — порядковый номер события, p, q — индексы в матрице. До всякой обработки у исходных матриц $S_{pq,k}$ отсекались крайние строки и столбцы, если они состояли только из нулей. Затем каждую матрицу $S_{pq,k}$ с числом элементов N_k записали в виде вектора S_{ik} , где $i = 1, 2, \dots, N_k$, и пронормировали

$$s_{ik} = S_{ik} / \left(\frac{1}{N_k} \sum_{m=1}^{N_k} S_{ik} \right) \quad (1)$$

получив M наборов нормированных подвижек s_{ik} с единичным средним.

На рис. 1 для двух очень хорошо охарактеризованных землетрясений, одного корового и одного субдукционного, приведены как пример ДМП и материалы их обработки — кумулятивные эмпирические функции распределения нормированной подвижки — обычная $P(s)$ и дополнительная $Q(s) = 1 - P(s)$, а также гистограмма. Как видно на примерах, даже после отсека нулевых столбцов и строк, матрицы содержат заметное число нулей: суммарно около 9%; но реально они присутствуют лишь на части ДМП. Рассмотрение исходных ДМП наводит на мысль, что нулевые значения бывают двух родов. Нули первого рода возникают вперемешку с положительными $S_{pq,k}$, а не в виде внешней каймы. Вероятные причины их разнообразны. Во-первых, при инверсии часто накладывается дополнительное условие неотрицательности $S_{pq,k}$, так что истинные малые значения $S_{pq,k}$ при реальной зашумленной инверсии могут выглядеть как нули. Помимо этих искусственных случаев, можно ожидать реальные пятна нулевых подвижек (“барьеры”), а также некоторую долю истинных отрицательных значений $S_{pq,k}$. Все подобные нулевые значения от-

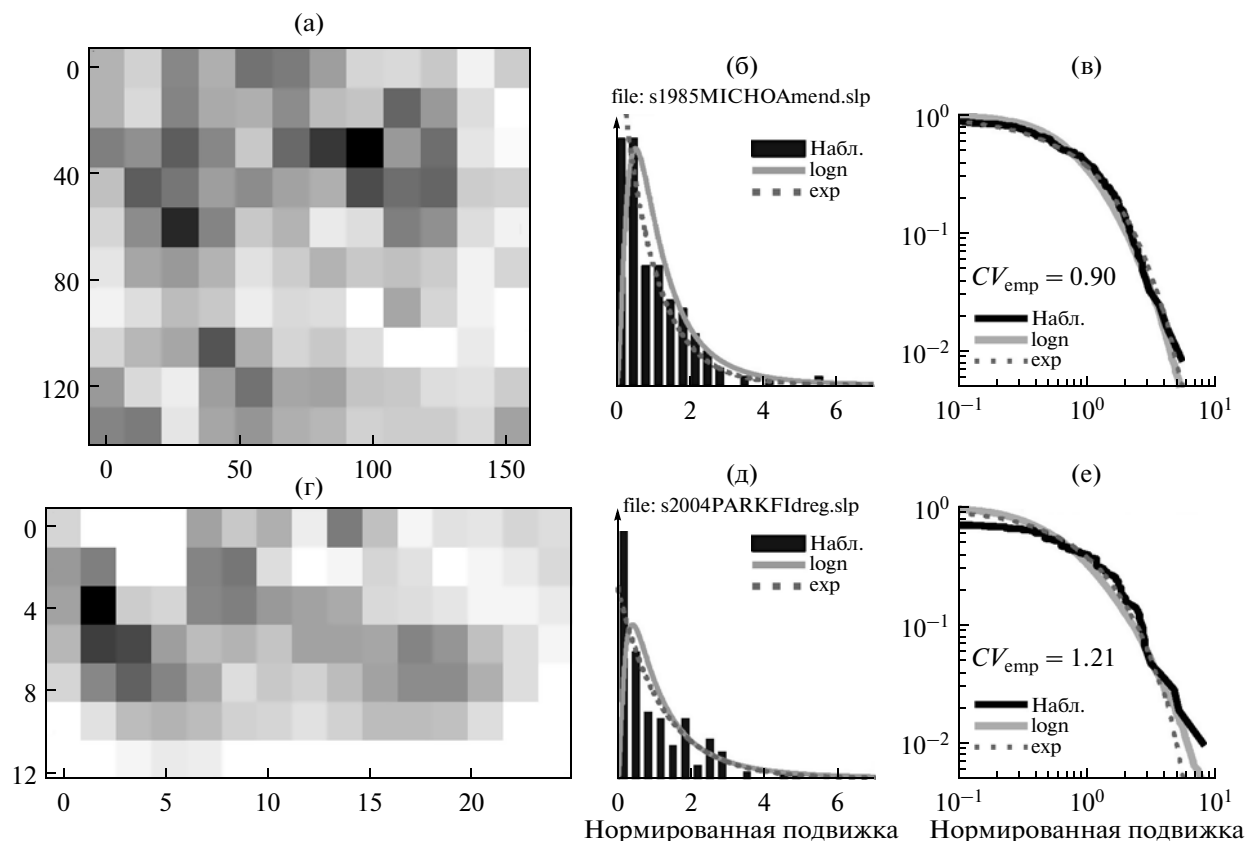


Рис. 1. Примеры индивидуальных дискретных моделей подвижки и их функций распределения: (а) – распределение подвижки по субочагам в очаге землетрясения Мичоакан, 1985 г., согласно инверсии [Mendoza, Hartzell, 1989]; плотность серого кодирует величину подвижки, белые клетки соответствуют нулевой подвижке. Абсцисса – расстояние по простиранию, км, ордината – то же по падению; (б) и (в) – гистограмма и дополнительная кумулятивная функция распределения для нормированной подвижки в сравнении с двумя модельными распределениями; (г), (д), (е) – аналогичные графики для землетрясения Паркфилд 2004 г., согласно инверсии [Custodio et al., 2005].

ражают реальность, и отбрасывать их недопустимо. Нули второго рода образуются оттого, что при инверсии площадки очагов принимаются в виде прямоугольников, в то время как реальный очаг занимает только часть прямоугольника (см. пример на рис. 1г), и ей соответствует определенная зона ненулевых $S_{pq,k}$ с относительно четким контуром. Нулевые значения вне такого контура – это артефакт, и их желательно исключить из выборки.

Для приближенного решения данной задачи выделяли подмножество ненулевых элементов матрицы S_{pq} и рассматривали центры соответствующих клеток-субочагов на плоскости. Для множества центров строили выпуклую оболочку, и все клетки с центрами вне этой оболочки отбрасывали. Поскольку границы реальных очагов могут быть невыпуклыми, некоторая часть фиктивных нулевых значений при этом сохраняется. Но в целом данная процедура довольно эффективна – она снизила суммарное число нулевых значений с 9% до 6.5%.

Из набора значений s_{ik} конкретной инверсии формировали вариационные ряды и по ним рас-

считывали параметры выборок. Для изучаемых распределений неотрицательных величин важнейший параметр – это коэффициент вариации $CV_k = \sigma(s_{ik})/\mu(S_{ik}) \equiv \sigma(s_{ik})$, где $\sigma(\cdot)$ обозначает стандартное отклонение и $\mu(\cdot)$ означает среднее. Рассчитывали также верхние F -процентные квантили $s_{k,F}$ распределения s_{ik} (так, что $Q(s_{k,F}) = 0.01F\%$), для $F = 1, 2, 10$ и 25%. По значениям $s_{k,F}$ при $F = F_1 = 2\%$ и $F = F_2 = 10\%$ строили также оценки показателя α для аппроксимации верхнего хвоста распределения степенной функцией (гиперболой):

$$\alpha = -\lg(s_{k,F_1}/s_{k,F_2})/\lg(F_1/F_2). \quad (2)$$

Индивидуальные значения ряда статистических характеристик индивидуальных ДМП даны в таблице, там же приводятся средние (средневзвешенные) и стандартные отклонения индивидуальных значений. На рис. 2 приведены гистограммы для изученных параметров. В верхнем ряду – значения CV_k , $s_{k,1\%}$ и α_k . Видно, что значения CV_k и $s_{k,1\%}$ имеют заметный разброс (их коэффициент вариации около 0.3), но явно одногорбые, в то время как распределение α_k ближе к равномерному, и его коэффициент вари-

Список использованных дискретных моделей подвижки и оценки параметров ее вероятностных распределений¹

Дата	Название события ²	M_w	Источник [вес]	n_L	n_W	n	n_{20}	n_1	L	W	CV_k	$s_{k,1\%}$	α_k	σ_{\log}	k	γ
04/01/1968	Hyuga-nada (JP)	7.53	Yagi et al. (1998)	8	7	56	0	56	72	63	0.77	3.03	6.75	0.68	1.71	1.33
05/16/1968	Tokachi-oki (JP)	8.35	Nagai et al. (2001)	12	6	72	0	72	240	120	0.76	3.78	2.82	0.68	1.72	1.33
10/15/1979	ImperialValley (CA)	6.53	Archuleta (1984) [0.5]	15	14	210	9	204	37.5	14	0.89	3.48	6.87	0.77	1.24	1.11
10/15/1979	ImperialValley (CA)	6.58	Hartzell, Heaton (1983) [0.5]	14	4	56	7	50	42	10.4	0.82	3.03	6.4	0.71	1.48	1.23
04/24/1984	MorganHill (CA)	6.28	Beroza, Spudich (1988) [0.5]	61	11	671	158	671	30.5	11	1.14	4.07	5.35	0.91	0.77	0.88
04/24/1984	MorganHill (CA)	6.07	Hartzell, Heaton (1986) [0.5]	27	6	162	69	158	27	11.5	1.51	5.76	5.5	1.09	0.46	0.68
03/03/1985	CentralChile (Chile)	8.16	Mendoza et al. (1994)	17	11	187	7	184	255	165	0.93	3.69	4.36	0.79	1.13	1.07
09/19/1985	Michoacan (Mexico)	8.01	Mendoza, Hartzell (1989)	12	10	120	4	120	180	139	0.90	4.45	3.09	0.77	1.23	1.11
12/23/1985	Nahanni2 (Canada)	6.66	Hartzell et al. (1994)	18	9	162	80	122	48	21.2	1.94	9.35	2.48	1.25	0.30	0.56
07/08/1986	N. PalmSprings (CA)	6.21	Hartzell (1989)	11	8	88	9	84	22	15.2	0.80	3.07	5.56	0.70	1.58	1.27
11/24/1987	Superstit.Hills(CA)	6.51	Wald et al. (1990)	20	10	2	0	200	20	11.5	1.01	4.84	2.09	0.83	0.97	0.99
10/18/1989	LomaPrieta (CA)	6.94	Wald et al. (1991)	12	7	84	5	84	40	17.5	0.84	3.82	4.52	0.73	1.41	1.19
06/28/1991	SierraMadre (CA)	5.59	Wald (1992)	7	10	70	27	54	49	6	1.38	5.51	3.85	1.03	0.52	0.74
06/28/1992	Landers (CA)	7.28	Wald, Heaton (1994)	26	6	156	11	152	78	15	0.85	3.28	5.23	0.73	1.39	1.18
07/12/1993	Hokkaido area (JP)	7.60	Mendoza, Fukuyama (1996)	20	7	140	9	140	2	70	1.08	5.52	2.29	0.87	0.85	0.93
01/17/1994	Northridge (CA)	6.73	Hartzell et al. (1996) [0.5]	14	14	196	13	185	20	24.9	0.70	2.99	5.42	0.63	2.04	1.46
01/17/1994	Northridge (CA)	6.8	Wald et al. (1996) [0.5]	14	14	196	10	196	18	24	0.66	2.71	4.9	0.60	2.36	1.56
12/28/1994	Sanrikuki (JP)	7.7	Nagai et al. (2001)	11	14	154	0	154	110	140	1.05	5.29	2.25	0.86	0.90	0.95
10/09/1995	Colima (Mexico)	7.96	Mendoza, Hartzell (1999)	20	10	2	15	200	2	1	0.92	3.89	3.52	0.78	1.18	1.09
01/17/1995	Kobe (JP)	7.02	Sekiguchi et al. (2002) [0.5]	31	10	310	0	310	63.5	20.5	0.77	3.96	3.68	0.68	1.7	1.32
01/17/1995	Kobe (JP)	6.92	Wald (1996) [0.5]	18	8	144	0	144	60	20	0.75	4.49	2.70	0.66	1.8	1.36
12/02/1996	Hyuga-nada2 (JP)	6.68	Yagi, Kikuchi (1999)	10	10	1	0	100	29.2	29.2	0.68	3.85	2.65	0.61	2.19	1.49
03/26/1997	Kagoshima (JP)	6.04	Miyakoshi et al. (2000)	9	6	54	9	51	18	12	0.99	4.16	3.73	0.82	1.02	1.01
06/25/1997	Yamaguchi (JP)	5.82	Miyakoshi et al. (2000)	8	7	56	19	49	16	14	1.55	7.04	2.70	1.11	0.45	0.67
09/20/1999	ChiChi (Taiwan)	7.69	Ma et al. (2001) [0.33]	21	8	168	34	163	105	40	1.11	4.87	2.98	0.89	0.80	0.9
09/20/1999	ChiChi (Taiwan)	7.68	Chi et al. (2001) [0.33]	32	10	320	18	309	112	35	0.88	4.27	3.14	0.75	1.3	1.14

Таблица. Окончание

Дата	Название события ²	M_w	Источник [вес]	n_L	n_W	n	n_{z0}	n_1	L	W	CV_k	$s_{k,1\%}$	α_k	σ_{\log}	k	γ
09/20/1999	ChiChi (Taiwan)	7.63	Sekiguchi et al. (2002) [0.33]	26	13	338	0	338	78	39	0.60	2.71	5.78	0.55	2.8	1.74
10/16/1999	HectorMine (CA)	7.14	Salichon et al. (2003)	18	6	108	0	108	54	18	1.1	4.94	3.71	0.89	0.8	0.91
08/17/1999	Izmit (Turkey)	7.44	Sekiguchi, Iwata (2002)	42	8	336	15	331	126	23.3	0.84	4.02	2.84	0.73	1.4	1.18
09/30/1999	Oaxaca (Mexico)	7.47	Hernandez et al. (2001)	12	6	72	1	72	90	45	0.97	3.8	4.48	0.81	1.06	1.03
10/06/2000	Tottori (JP)	6.73	Semmane et al. (2005)	16	10	160	34	160	32	20	1.04	4.15	3.75	0.85	0.93	0.96
03/24/2001	Geiyo (JP)	6.79	Sekiguchi, Iwata (2002)	10	7	70	0	70	30	21	0.80	3.54	4.21	0.70	1.57	1.27
05/21/2003	Boumerdes (Algeria)	7.25	Semmane et al. (2005)	16	8	128	@	@	64	32	0.549	2.56	7.13	0.513	@	@
01/22/2003	Colima (Mexico)	7.5	Yagi et al. (2003)	14	17	238	0	238	70	85	1.08	4.87	3.15	0.88	0.85	0.92
09/25/2003	Tokachi-oki (JP)	8.16	Yagi (2004)	13	17	221	0	221	130	170	0.85	3.71	4.81	0.74	1.38	1.18
09/28/2004	Parkfield (CA)	6.06	Custodio et al. (2005) [0.5]	21	9	189	0	189	40	15	1.31	6.4	2.38	1.	0.58	0.77
09/28/2004	Parkfield (CA)	6.0	Dreger et al. (2004) [0.5]	15	7	105	22	89	28.3	12.1	1.22	6.44	2.63	0.95	0.67	0.82
03/20/2005	Fukuoka (JP)	6.67	Asano, Iwata (2006)	13	9	117	0	117	26	18	0.80	3.58	3.41	0.70	1.57	1.27
			среднее								0.98	4.37	3.94	0.80	1.27	1.11
			<i>станд. отклонение</i>								<i>0.28</i>	<i>1.34</i>	<i>1.43</i>	<i>0.16</i>	<i>0.66</i>	<i>0.29</i>
			<i>коэфф. вариации</i>								0.29	0.31	0.36	0.20	0.52	0.26
			ООБ²³								0.91	4.37	3.25	0.77	1.21	1.10

¹ Полные ссылки на источники и другие детали см. URL: <http://www.seismo.ethz.ch/srcmod/References.html>.

² В скобках – регион; сокращения: CA – Калифорния; JP – Япония.

³ Оценка по объединенной выборке.

Обозначения: n – общее число субочагов, n_L – размер сетки субочагов по длине очага, n_W – то же, по ширине, n_{z0} – число субочагов (среди n) с нулевым значением подвижки, n_1 – число субочагов внутри выпуклой оболочки; L – длина очага, W – ширина очага; параметры подвижки в субочаге, нормированной к единичному среднему: CV – коэффициент вариации, $s_{1\%}$ – верхний 1% квантиль, α – показатель степени при аппроксимации эмпирической $P(s)$; параметры аппроксимирующих модельных законов распределения $P(s)$: σ_{\log} – для логнормального распределения, k – для гамма-распределения, γ – для распределения Вейбулла.

ации выше (0.36). Во втором ряду отображены параметры, которые изучали в [Somerville et al., 1999], а именно: значение Q (1.5), то есть вероятность того, что значение s_{ik} превысит порог 1.5; значение 25% верхнего квантиля (далее обозначается $s_{25\%}$) и среднее среди значений s_{ik} превышающих этот ($s_{25\%}$) порог (далее обозначается $s_{cp25\%}$).

Эмпирические функции распределения $P(s_{ik})$ аппроксимировали теоретическими функциями распределения. Были изучены законы: логнормальный, с плотностью

$$p(s) = \frac{1}{(2\pi)^{0.5} s \sigma_{\log}} \exp \left[-\frac{(\ln s - \mu)^2}{2\sigma_{\log}^2} \right], \quad (3)$$

гамма, с плотностью

$$p(s) = \frac{\beta^k}{\Gamma(k)} s^{k-1} \exp(-\beta s) \quad (4)$$

и Вейбулла, с плотностью

$$p(s) = \gamma a^{-\gamma} s^{\gamma-1} \exp \left[-\left(\frac{s}{a}\right)^\gamma \right]. \quad (5)$$

Поясним, что логнормальный закон ранее уже применялся для практического моделирования ДМП, и было необходимо его проверить. Гамма-распределение интересно в силу своего безгранично-делимого характера. Это свойство может существенно упростить анализ и моделирование

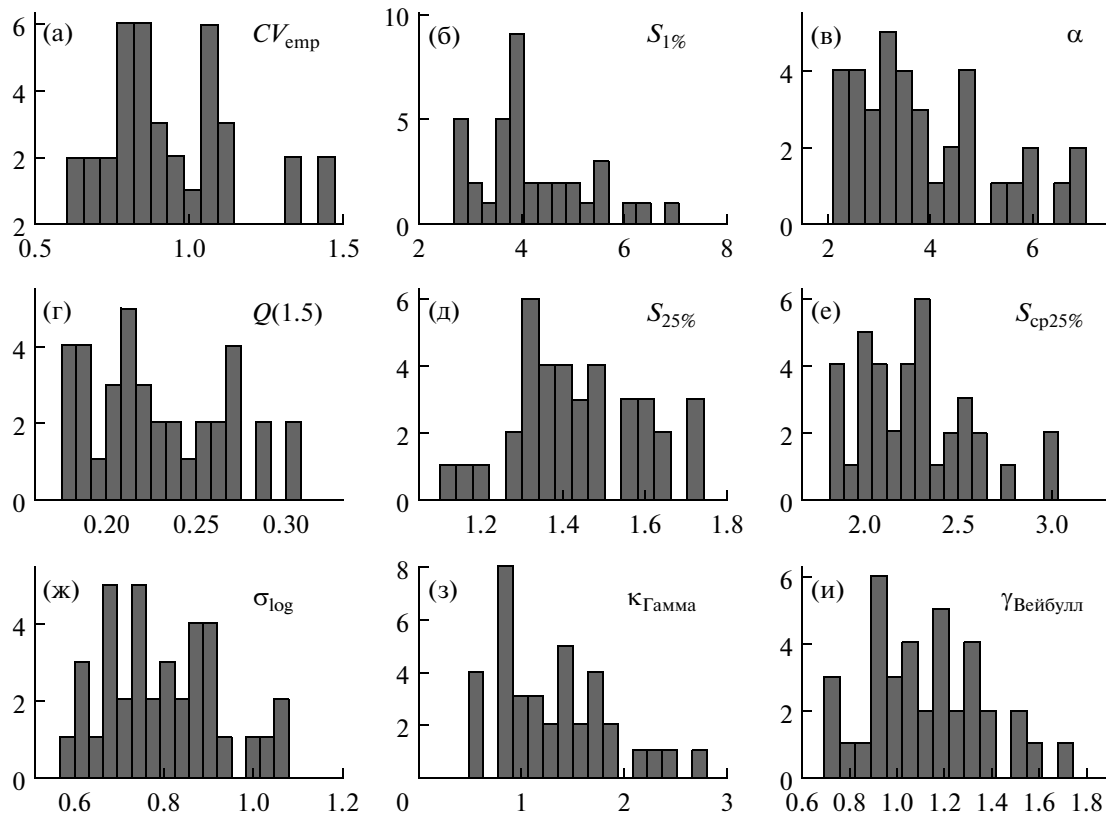


Рис. 2. Гистограммы параметров распределений для 37 дискретных моделей подвижки.

в случаях, когда исходная дискретная модель подвижки с высокой детальностью представляется в сглаженном виде с разными размерами окна сглаживания (то есть размера субочага) и соответственно с разными N . Законы гамма и Вейбулла переходят в однопараметрический экспоненциальный закон при $k = 1$ и $\gamma = 1$ соответственно.

В каждом из трех изученных случаев параметр масштаба (μ , β , a), не представляющий интереса в данной постановке задачи, задавали так, чтобы выполнялось условие единичного среднего, а параметр формы (s_{\log} , k , γ) подгоняли либо из условия совпадения эмпирического и теоретического CV , либо аналогично из условия совпадения верхних 2% квантилей. Оценки по двум данным способам мало различались. На рис. 2 и в таблице приведены характеристики для параметра формы. Численные результаты указывает на несколько неожиданную близость эмпирических распределений к экспоненциальному закону (в каковом предположении $s_{\log} = 0.833$, $k = 1$, $\gamma = 1$).

Каждая эмпирическая ДМП $S_{pq, k}$ имеет свой уровень детальности, определяемый числом элементарных площадок-субочагов N_k , при этом функция распределения значений нормированной подвижки s_{ik} вполне может зависеть от N_k , и этот фактор мог бы исказить полученные результаты. Поясним эту воз-

можность на искусственном примере. Пусть истинная (ненаблюдаемая) подвижка — дискретная функция, определенная на густой сетке из большого числа N^* малых клеток, и представляет собой дельта-коррелированную случайную функцию (двумерный белый шум). Тогда подвижка в каждом субочаге — это среднее по N^*/N малым клеткам, и, как легко видеть, ее коэффициент вариации CV растет с N как $N^{0.5}$. Сделанное здесь предположение некоррелированности подвижки для пар субочагов заведомо некорректно, и столь выраженная зависимость CV от N , конечно, отсутствует; но хотя бы слабого роста CV с ростом числа клеток можно ожидать. Однако сколько-нибудь четкой подобной тенденции выявить не удалось. Поэтому в плане возможной зависимости от N_k можно рассматривать набор параметров ДМП из разных инверсий как однородную выборку. По той же логике в следующем разделе объединяли значения s_{ik} от разных инверсий в единую выборку.

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕДИНЕННЫХ ДАННЫХ И ЕЕ АНАЛИЗ

Для случая равных весов данных построение эмпирической функции распределения по объединенной выборке — простая задача. Но целесообразно и здесь ввести неравные веса ($1/K$). Построение

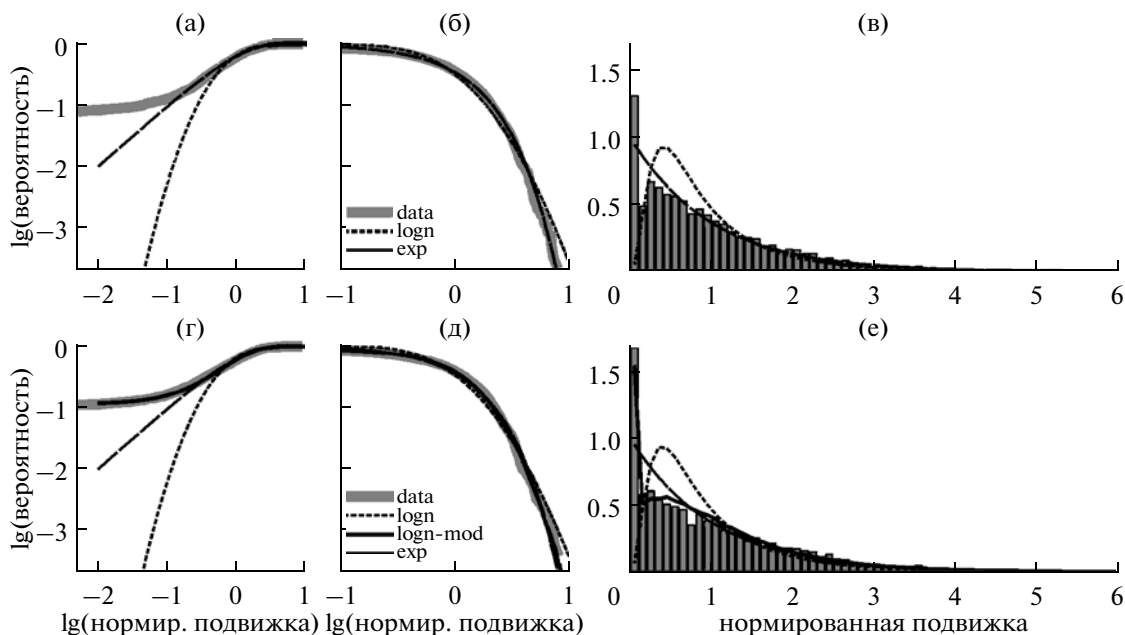


Рис. 3. Аппроксимация сводных эмпирических распределений: (а), (б) и (в) — для 37 ДМП; (г), (д), и (е) — для 23 ДМП с нулевыми значениями; (а) и (г) — логарифмические графики кумулятивной функции распределения $P(s)$ по наблюдениям и для теоретических моделей — экспоненциального и логнормального законов в обоих случаях и дополнительно на (г), (д) и (е) для модификации логнормального закона согласно (8); (б) и (д) — аналогичные графики для дополнительной функции $Q(s) = 1 - P(s)$; (в) и (е) — соответствующие гистограммы и графики теоретической плотности; масштаб натуральный.

кумулятивной эмпирической функции распределения для такого случая выполнялось следующим путем. С каждой s_{ik} свяжем вес w_{ik} (фактический вес для всех i при фиксированном k совпадают). Объединим все s_{ik} в одну выборку и упорядочим по возрастанию, получая вариационный ряд $s_j, j = 1, 2, \dots, L$, в котором каждому s_j сопоставлен вес w_j . Значение эмпирической $P(s)$ при $s = s_j$ принимается равным

$$P(s_j) = \frac{\sum_{m=1}^j w_m}{\sum_{m=1}^L w_m}. \quad (6)$$

Гистограммы строились в иллюстративных целях, без учета весов.

На рис. 3 приведены эмпирические $P(s)$, $Q(s)$ и гистограмма для объединенных данных. Нулевые значения s_j образуют в распределении атом в нуле, вес которого первоначально составлял около 9%, и снижен до 6.5% путем использования выпуклой оболочки, как описано выше. По объединенной выборке оценили те же параметры, что и для индивидуальных инверсий. Была также получена оценка параметра α в диапазоне между более далекими верхними квантилями $F1 = 0.5\%$ и $F2 = 5\%$. В этом диапазоне хвост сводного эмпирического распределения убывает как $Q(s) \sim s^{-3.9}$. Оценки параметров k и γ законов гамма и Вейбулла снова близки к единице — $k = 1.18$, $\gamma = 1.09$. На графиках рис. 3 приведены, для сопоставления, теоретические кривые для логнормального и экспоненциального законов с те-

ми же значениями CV . Видно, что как на графике $P(s)$ так и, особенно, на гистограмме расхождения не малы, особенно на нижнем хвосте. Очевидной причиной расхождения служит атом в нуле, но это неполное объяснение. Можно заметить, что экспоненциальный закон не предсказывает четкого “горба”, видно на реальной гистограмме примерно при $s = 0.25$, а верхний хвост этого закона “легче” эмпирического. Логнормальный закон качественно более приемлем: он предсказывает горб, хотя более выраженный и при заметно более высоком s (≈ 0.40), а его верхний хвост несколько тяжелее эмпирического.

В принципе, при ограниченной точности исходных данных, возможно чисто феноменологическое описание наблюдаемого закона распределения, например в виде таблицы. Это достаточно для практического моделирования. Другой приемлемой моделью могло бы быть описание через смесь двух или более законов. Однако не менее полезно вывести простое модельное описание наблюдаемого закона, не идентичного стандартному или их смеси.

Сначала отметим, что в литературе не предлагалось теоретической концепции для статистики величины подвижки. Наши описанные выше поиски среди таких распределений-кандидатов, как логнормальное, гамма и Вейбулла, велись без какой-либо уверенности в их приемлемости. Однако можно думать, что первая трудность — объяснить наличие

атома в нуле, а для этого готовых моделей нет. Мы пошли по пути модификации известных законов и в качестве базового избрали логнормальный закон, который описывает данные (помимо атома в нуле) хотя бы качественно. Искали такую модель, которая объясняла бы атом в нуле и одновременно обеспечивала бы подгонку верхнего хвоста, коэффициента вариации и, по возможности, положения и высоты горба. Поскольку цель модели — объяснить атом в нуле, целесообразно было использовать результаты только для тех инверсий, в которых нулевые значения допускались. Отсутствие хотя бы одного нуля в матрице ДМП было выбрано как признак, что нулевые значения не допускались алгоритмом инверсии, и ДМП от таких инверсий были исключены из анализа. Для дальнейшего анализа остались 23 матрицы ДМП из 37 изучавшихся на предыдущем этапе, это случаи, когда $n = n_1$ в таблице.

Выше упоминались несколько вероятных причин появления нулевых значений. Рассмотрим их. Первая причина — это влияние шума инверсии. При линейной инверсии отклонения оценок вверх и вниз от истинного значения параметра приблизительно равновероятны. Если в алгоритме инверсии добавлено условие неотрицательности оценок, возникает эффект нелинейности, сводящийся, грубо говоря, к тому, что оценки ДМП в клетках, где они были бы отрицательными при линейной инверсии, становятся нулевыми. Рассмотрим случай, когда истинные значения подвижек всегда положительные, (возможно, очень малые), так что имеющиеся нулевые значения — это чистый эффект шума. Эта ситуация моделируется по Монте-Карло в два шага. Сначала генерируется большое число случайных величин x_i по следующему правилу:

$$x_i = L(0, \sigma_{\log}) + N(0, c\sigma_{\log}), \quad (7)$$

где $L(m, \sigma_{\log})$ и $N(m_1, \sigma_1)$ обозначают случайные числа с логнормальным законом (3) и стандартным нормальным законом. Первое слагаемое — всегда положительное и моделирует истинное значение подвижки, а второе моделирует случайную ошибку инверсии, симметричную около нуля. Затем отрицательные x_i заменяются нулями, и, наконец, результат нормируется делением на среднее. Подбором параметров σ_{\log} и c добиваются, чтобы распределение x_i согласовывалось с наблюдаемым для s_{ik} по значениям коэффициента вариации $CV_{\text{emp}} = 0.98$ и веса атома в нуле $p_z = 0.11$. Подобранные значения следующие: $\sigma_{\log} = 0.79$; $c = 0.87$. В полученном распределении верхний хвост несколько тяжелее наблюдаемого, а положение горба вблизи $s \approx 0.65$ — не вполне удачное. Эти несоответствия — на грани допустимого, но модель в целом все же трудно считать вполне приемлемой, так как значение параметра c довольно велико. При $CV \approx 1$ значение c , близкое к единице, означает, что масштаб предполагаемых случайных ошибок инверсии тот же, что и самих

оцениваемых значений. Поскольку ошибки инверсии могут быть реально не малы, данный вариант объяснения появления атома в нуле исключить нельзя, но он не кажется наилучшим.

Поскольку дефектами инверсии наличие атома в нуле уверенно объяснить не удастся, рассмотрим альтернативное объяснение, что этот факт отражает геофизическую реальность. Если пренебречь ошибками инверсии, то в случае, когда $s_{ik} = 0$, имеются два неразличимых варианта объяснения: либо подвижка действительно нулевая (“неразрушаемый барьер” по [Das, Aki, 1977]), либо она отрицательная, что выглядит менее вероятным, но, безусловно, не исключено. Для целей моделирования удобно исходить из второго варианта и считать, что истинное s_{ik} отрицательно, но наблюдаемое значение при этом равно нулю. Итак, мы предполагаем условно, что отрицательные значения s_{ik} допустимы, и обобщаем (3) следующим образом:

$$p(s) = \frac{1}{(2\pi)^{0.5} (s + ds) \sigma_{\log}} \exp \left[-\frac{\ln((s + ds) - \mu)^2}{2\sigma_{\log}^2} \right], \quad (8)$$

где введен новый параметр смещения ds , принимающий в нашем случае только положительные значения. Значение ds определяется из условия: $P(ds) = p_z$, а параметры σ_{\log} и μ , как и ранее, из условий заданного по наблюдениям CV_{emp} и единичного среднего. При моделировании отрицательные модельные s заменяем на нулевые (“винзоризация”). Подобранные значения следующие: $\sigma_{\log} = 0.51$ и $ds = 0.53$. Результат можно видеть на рис. 4. Видно, что верхний хвост распределения хорошо согласуется с наблюдаемым, а положение горба вблизи $s \approx 0.45$ — относительно приемлемо. Подобный же вариант смещенного закона был опробован также для гамма-распределения. Результат оказался заметно менее удачен: верхний хвост слишком легкий, а горб слабо выражен.

Также были опробованы описания эмпирического распределения через простые законы и их смеси. Очень простое описание — через экспоненциальный закон. Его верхний хвост неплохо согласуется с наблюдениями, но описание не вполне аккуратно вблизи нуля. Этот дефект позволяют исправить двойные смеси. Так, смесь логнормального закона с $\sigma_{\log} = 0.745$ и атома в нуле с весом 0.11 имеет верхний хвост, достаточно близкий к наблюдаемому. Однако все смеси типа “гамма плюс атом в нуле”, “логнормальный плюс атом в нуле”, и т.п. плохо описывают детали гистограммы. Для грубого описания деталей можно использовать тройную смесь: атом в нуле плюс два варианта логнормального закона, однако для относительно аккуратного описания гистограммы приходится смешивать не менее четырех компонент. Можно использовать и смеси на основе гамма-распределения. Однако формула (8) (плюс винзоризация), решает задачу приближенного компактного описания распределения значений s_{ik} на-

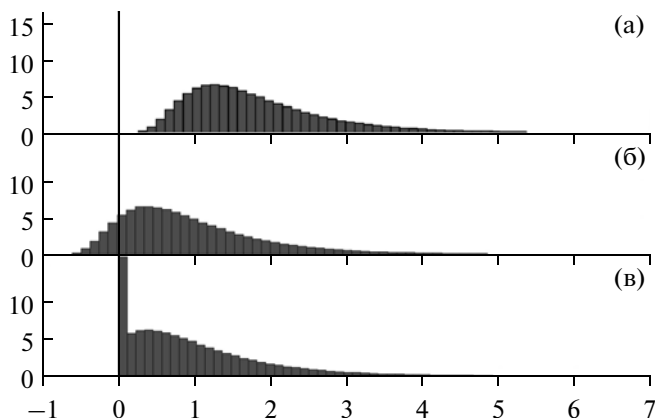


Рис. 4. Иллюстрация к процедуре модификации логнормального закона: (а) — гистограмма величин, распределенных по логнормальному закону с $\sigma_{\log} = 0.51$, см. формулу (3); (б) — сдвинутое влево распределение, см. формулу (8); (в) — отрицательные величины из (б) заменены на нули (“винзоризация”), результат моделирует распределение подвижки в субочагах.

много проще. К сожалению, эта формула непрозрачна в содержательном плане — трудно понять физический смысл параметра смещения. Отметим все же, что для изучаемых данных величина отрицательного смещения равна, с учетом нормировки к единичному среднему, 87% от среднего значения подвижки. Едва ли столь заметные отрицательные подвижки являются реальностью. Скорее, это фиктивные цифры. По-видимому, замена отрицательных значений на нули (винзоризация) отражает реальность, и преобладающая часть от обсуждаемых 11% площади разлома остается прилипшей при землетрясении.

ОБСУЖДЕНИЕ

Ранее в [Somerville et al., 1999] изучали, среди прочего, эмпирические функции распределения для полученных инверсией нормированных значений подвижки. Описание способов отбора приемлемых инверсий в этой работе отсутствует, а результаты приведены в очень сжатой форме. Получены следующие оценки: $Q_{1.5} = 25\%$ (так что $s_{25\%} = 1.5$) и $s_{\text{ср}25\%} = 2.0$. Наши средние оценки для $Q_{1.5}$ и $s_{25\%}$ очень близки, в то время как полученное значение $s_{\text{ср}25\%}$ несколько выше: 2.4 против 2.0. Подбор теоретического закона распределения в этой работе не проводился и значения CV не изучались.

В [Lavallee, Archuleta, 2003] предполагалось, что основной интерес представляет функция распределения не для значений S_{pq} , а для результата ее приведения к дельта-коррелированному виду (выбеливания). С этой целью для каждой S_{pq} авторы строили подходящий дробно-дифференцирующий выбеливающий фильтр, со степенной передаточной функцией (вида k^δ , где k — модуль двумерного волнового вектора), причем обычно параметр δ оказывался

близко к единице. После подобной фильтрации было обнаружено, что распределение значений профильтрованных ДМП напоминает распределение Коши. Если значения подвижки S_{pq} в реальности имеют распределение Коши или иное устойчивое распределение, фильтрация, как линейная операция не должна нарушить значение показателя степени α для степенного хвоста предполагаемого распределения $Q(s)$ ($Q(s) \sim s^{-\alpha}$). Для случая распределения Коши $Q(s) \sim s^{-1}$. Свойство “иметь устойчивый закон” чрезвычайно привлекательно с теоретической точки зрения, позволяя использовать для описания функции подвижки концептуально прозрачные модели процесса Леви (случайного поля с устойчивыми приращениями). Однако обнаруженное в настоящей работе убывание хвоста эмпирического распределения как $Q(s) \sim s^{-3.5-4}$ полностью противоречит идее тяжелого хвоста с α порядка единицы. Вывод о неприменимости самой концепции устойчивого закона для функции подвижки делать отсюда рано. Надо иметь в виду, что при значениях α более 1.6 изучение эмпирического закона в области квантилей 0.1–1% не позволяет уверенно судить о степенном характере хвоста распределения; и к тому же по наклону графика $\lg Q(\lg s)$ в этой области невозможно оценить значение α даже для случая заведомо устойчивого закона [Weron, 2001]. Для выявления устойчивости по эмпирическим данным нужно уходить к более редким значениям, что требует выборок с объемами в десятки и сотни раз большими, чем имеющиеся. Особенно легко получить неверные выводы при $\alpha = 1.8-1.9$ — в этом случае в области квантиля 1% поведение $Q(s)$ аналогично таковому для “легкохвостого” (нормального или иного) закона. Таким образом, определенно о применимости самой идеи устойчивого закона к величинам подвижки сделать пока невозможно. Для целей практического моделирования, когда описание в пределах до верхнего 0.1%-квантиля обычно достаточно, аппроксимации гамма или логнормальным законом можно считать приемлемыми.

С точки зрения надежности выводов, беспокойство вызывает тот факт, что даже для случая наилучшего качества и объема данных, разные авторы получают заметно различающиеся результаты для одного и того же очага. Обычно при этом наборы исходных данных не совпадают, это частично объясняет различия, но подтверждает низкую устойчивость результатов. Есть, однако, некоторая надежда на то, что общий характер функции распределения подвижки (то есть, грубо говоря, степень выраженности “шероховатостей”) оценивается несколько более надежно, чем конкретные детали карты.

Полученные результаты имеют определенную неточность, связанную с тем, что реальные очаги могут иметь и, вероятно, имеют невыпуклые границы, в то время как наш анализ трактует все нули в выпуклой оболочке как точки очага. Но с точки зрения приложений данный факт может скорее рас-

смаиваться как преимущество, позволяя принимать границы модельного очага в виде простых выпуклых контуров.

После частого обсуждения в литературе темы “шероховатостей” на площадке очага можно было ожидать “тяжелого хвоста” распределения s_{ik} , то есть убывания $Q(s)$ при больших s медленнее, чем по экспоненте. По графику $Q(s)$ и по значениям оценок параметров теоретических законов ясно, что сколько-нибудь четко выраженного тяжелого хвоста нет, характер спада близок к таковому для логнормального закона или чуть медленнее.

ВЫВОДЫ

(1) Характер исходных данных — дискретных моделей подвижки, полученных инверсией сейсмологических и иных наблюдений с разным уровнем надежности — не позволяет проводить формальный, вполне систематический анализ данных. Отбраковка менее надежных инверсий имеет неизбежные элементы субъективности. В отобранных для анализа дискретных моделях подвижки заметная часть значений нулевые, и некоторая их часть, по-видимому, представляет собой артефакты методики инверсии. Поэтому все полученные результаты не являются строгими и имеют предварительный характер.

(2) Предмет изучения — эмпирическое распределение значения нормированной подвижки в субочагах. Статистическая структура значений нормированной подвижки в индивидуальных субочагах относительно устойчива. Среднее значение коэффициента вариации составляет 0.98 ± 0.28 , а верхний 1% квантиль нормированной подвижки равен 4.4 ± 1.4 . Аппроксимация верхнего хвоста степенным законом в области верхних 1–10% квантилей дает оценку показателя степени 3.8 ± 1.3 и исключает описание устойчивым законом с параметром α менее 1.4–1.5. Эти результаты характеризуют несомненное, но все же явно ограниченное разнообразие вариантов вероятностных распределений подвижки.

(3) В целом, распределение значений нормированной подвижки напоминает экспоненциальное. Более аккуратное описание требует учета выброса плотности распределения (атома) в нуле, с весом около 10%. Простейшего описания в виде смеси одного из стандартных законов и атома в нуле найти не удалось. Описание в виде более сложных смесей возможно, но не имеет большого интереса. Предложено компактное описание на базе логнормального закона, со сдвигом распределения в целом в отрицательную сторону и винзоризацией в нуле. Вероятной причиной появления атома в нуле может быть наличие неразрушаемых барьеров или участков обратного скольжения. На заметной части площади разлома-очага, около 10%, подвижка в реальности может быть равна нулю или даже отрицательна. Однако нельзя исключить возмож-

ность того, что нулевые значения являются артефактом процедуры инверсии.

(4) Описание статистики подвижки, как в плане параметров распределения, так и в виде предложенных аппроксимаций функции распределения, может быть использовано при практическом моделировании очагов. Одновременно оно накладывает ограничения на приемлемые теоретические модели очагов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-05-00775.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гусев А.А., Гусева Е.М., Павлов В.М.* Моделирование движения грунта при Петропавловском землетрясении 24.11.1971 ($M = 7.6$) // Физика Земли. 2008. № 5. С. 29–38.
- Andrews D.J.* A stochastic fault model. 1. Static Case // J. Geophys. Res. 1980. № 78. P. 3867–3877.
- Custodio S., Liu P.C., Archuleta R. J.* The 2004 $M_w = 6.0$ Parkfield, California, earthquake: Inversion of near-source ground motion using multiple data sets // Geophys. Res. Lett. 2005. 32 (23).
- Das S., Aki K.* Fault Plane with Barriers: A Versatile Earthquake Model // J. Geophys. Res. 1977. № 82. P. 5648–5670.
- Gusev A.A., Pavlov V.M.* Wideband simulation of earthquake ground motion by a spectrum-matching, multiple-pulse technique. Intl. Centre Theor. Phys., Trieste, Preprint IC2006023, 27pp. (URL: http://users.ictp.it/~pub_off/preprints-sources/2006/IC2006023P.pdf).
- Gusev A.A., Pavlov V.M.* Broadband Simulation of Earthquake Ground Motion by a Spectrum-Matching, Multiple-Pulse Technique. Earthquake Spectra, 2009, in press.
- Heaton T.H.* Evidence for and implications of self-healing pulses of slip in earthquake rupture // Phys. Earth Planet. Inter. 1990. № 64. P. 1–20.
- Irikura K.* Predicting strong ground motions with a “Recipe” // Bull. Earthq. Res. Inst. Univ. Tokyo. 2006. № 81. P. 341–352.
- Lavallee D., Archuleta R.* Stochastic modeling of slip spatial complexities for the 1979 Imperial Valley, California, earthquake // Geophys. Res. Lett. 2003. № 30. P. 1245. doi:10.1029/2002GL015839.
- Mai P.M.* Database of finite-source rupture models, URL <http://www.seismo.ethz.ch/srcmod>. 2004.
- Mendoza C., Hartzell S.H.* Slip Distribution of the 19 September 1985 Michoacan, Mexico, Earthquake — near-Source and Teleseismic Constraints // Bull. Seis. Soc. Amer. 1989. № 79 (3) P. 655–669.
- Somerville P., Irikura K., Graves R., Sawada S., Wald D., Abrahamson N., Iwasaki Y., Kagawa T., Smith N., Kowada A.* Characterizing crustal earthquake slip models for the prediction of strong motion // Seism. Res. Lett. 1999. № 70. P. 59–80.
- Tsai C.-C. P.* Slip, stress drop and ground motion of earthquakes: a view from the perspective of fractional Brownian motion // Pure Appl. Geophys. 1997. № 149. P. 689–706.
- Weron R.* Levy-stable distributions revisited: tail index > 2 does not exclude the Levy-stable regime // Int. J. Modern Phys. 2001. № 12. P. 209–223.