

**SELF-SIMILAR CLUSTERING
IN THE SEQUENCES
OF VOLCANIC ERUPTIONS**

Alexander A. Gusev

Institute of Volcanology and Seismology, Petropavlovsk-Kamchatsky, Russia

E-mail: gusev@emsd.iks.ru

**САМОПОДОБНОЕ ГРУППИРОВАНИЕ
В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ
ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ**

А.А.Гусев

Институт вулканологии и сейсмологии ДВО РАН, Петропавловск-Камчатский

General approach

We consider clustering of events
OVER TIME ONLY
(ignoring any behavior in space)

We consider clustering of events
**TAKING INTO ACCOUNT
THEIR SIZE**
(this is not usual, and is a specific property
of our approach)

We consider only data sets of
CALIBRATED EVENTS
(with size estimates; accuracy may be
limited)

We consider only data sets that are
**COMPLETE OR
NEARLY COMPLETE**

Общий подход

Рассматривается группирование событий
при следующих предположениях:

- (1) **Анализ только во времени**,
пространственные соотношения не
учитываются.
- (2) **Учитывается размер**/масштаб
индивидуальных событий (специфично
для нашего подхода)
- (3) Изучаются только последователь-
ности событий с **оценками размера**,
(причем точность оценки размера может
быть невысокой)
- (4) Изучаются только полные **или почти
полные последовательности**
событий

General approach(2)

We look for
*self-similar, or
fractal
clustering behavior.*

The main assumption in such an approach is that the system in question has **no intrinsic time scale**, or characteristic period, like typical repose time of a volcano.

(In case such a period exists, it will be revealed in the course of analysis).

Общий подход(2)

Мы пытаемся **выявить**
*самоподобное, или
фрактальное группирование.*

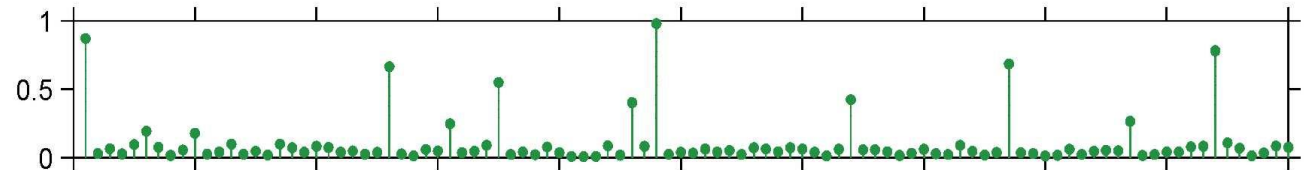
Главная предпосылка при такого рода анализе — это предположение, что у изучаемой системы **нет никакого внутреннего временного масштаба**, или характерного периода. Например, не существует типичного времени покоя вулкана.

(Если такой период существует, он будет выявлен в ходе анализа)

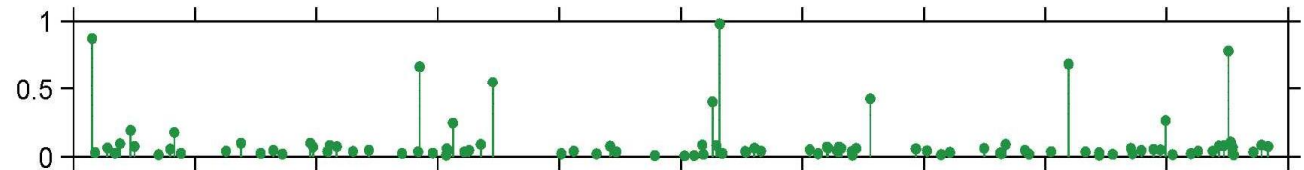
Common clustering and order clustering: illustration 1

Обычное и порядковое группирование: иллюстрация 1

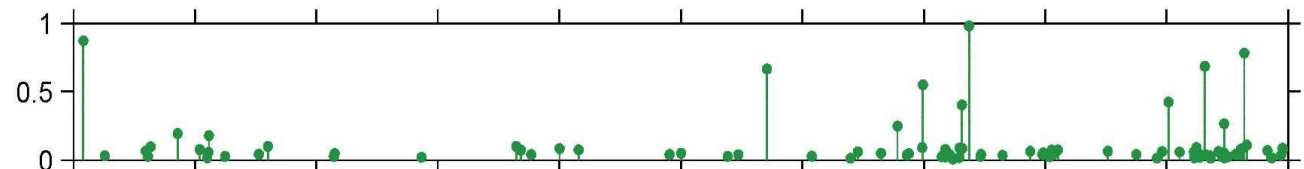
periodic,
no memory



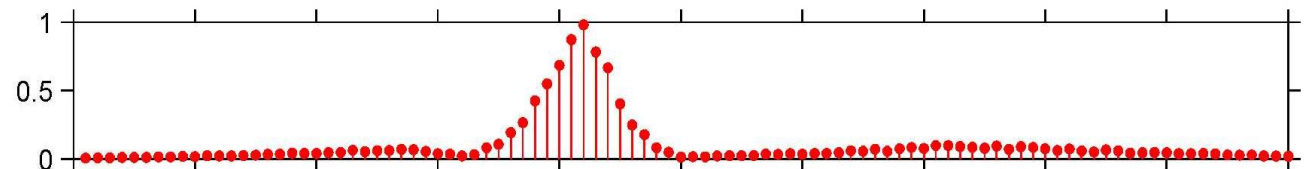
Poisson



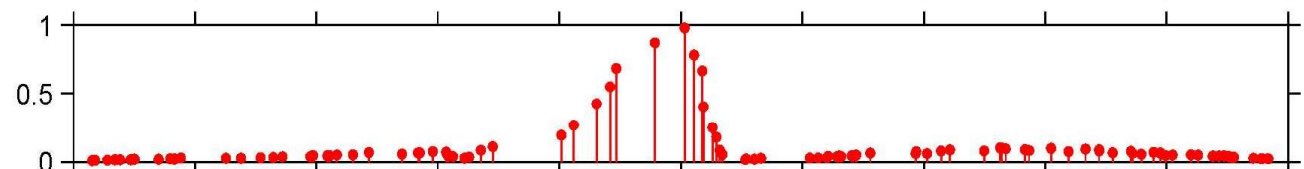
common
clustering



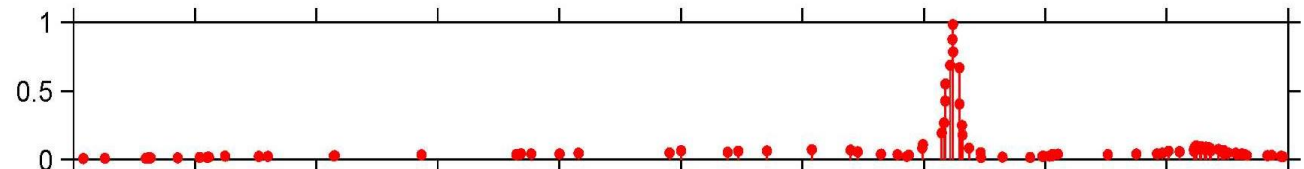
periodic,
correlated=order clustering



Poisson,
order clustering



common clustering +
order clustering



General approach(3)

If the data behave in a manner that does not contradict the self-similarity assumption, we determine from them the parameter **D** called “**CORRELATION DIMENSION**”.

In case of no clustering, **D = 1**, otherwise, **0 < D < 1**.

Общий подход(3)

Если характер данных не противоречит предположению самоподобия, мы оцениваем из данных параметр **D** - «**КОРРЕЛЯЦИОННАЯ РАЗМЕРНОСТЬ**».

Если группирование отсутствует, **D = 1**, в противном случае, **0 < D < 1**.

Common clustering and order clustering: measuring

Группирование: как измерять

Three modifications of data processing produce D values that describe:

- (1) **common clustering only**
from the event density/frequency variations in time, ignoring event sizes (or assuming unit-size events).
- (2) **order clustering only**
from the event sequence ordered as in reality, but ignoring true times (or assuming unit time step between events).
- (2) **intermittency/episodicity**, or clustering of the system output/productivity over time, as the joint effect of common and order clustering from the event sequence as is

Три рода анализа данных дают значения D, которые описывают:

- (1) **только обычное группирование**
изучаем вариации плотности/частоты событий во времени; размеры событий не учитываем.
- (2) **только порядковое группирование**
изучаем последовательность событий в их фактическом порядке, но игнорируем истинные времена (задаем искусственный шаг по времени равный единице)
- (2) **перемежаемость**, или формирование всплесков продуктивности системы во времени – как суммарный эффект обычного и порядкового группирования

Common clustering and order clustering: measuring 2

Группирование: чем измерять 2

The parameter D can be estimated:

(1) in **time domain**, using correlation function (or correlation integral). The results are denoted:

D_{c1} – for order clustering

D_c – for common clustering

D_{cm} – for intermittency

(2) in **spectral domain** using power spectrum. The results are denoted:

D_{s1} – for order clustering

D_s – for common clustering

D_{sm} – for intermittency

А. Параметр D можно определять:

(1) Во **временной** области, используя корреляционную функцию(или корреляционный интеграл).

Результаты обозначаем

D_{c1} – для порядкового группирования

D_c – для обычного группирования

D_{cm} – для перемежаемости

(2) В **спектральной** области, используя спектр мощности.

Результаты обозначаем

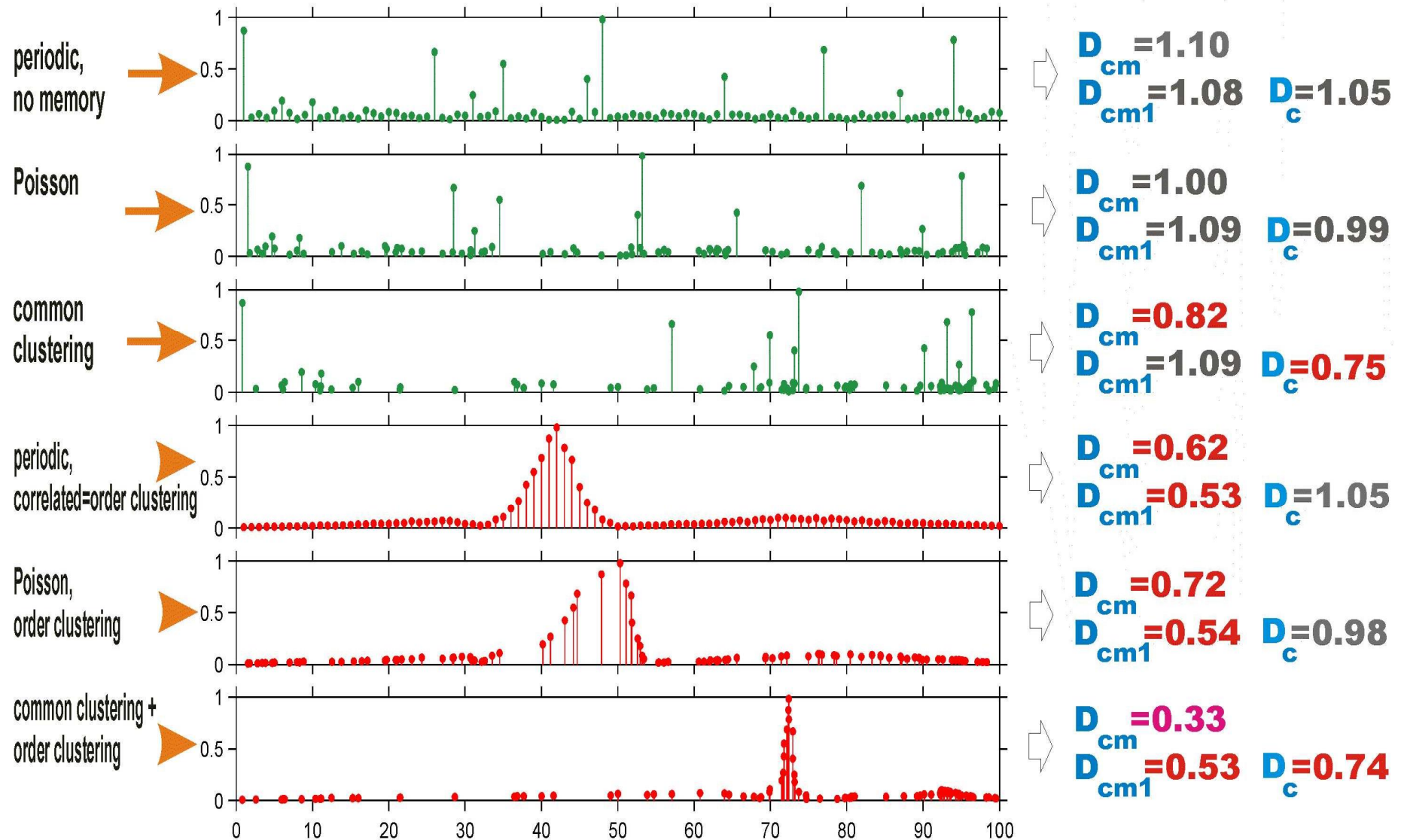
D_{s1} – для порядкового группирования

D_s – для обычного группирования

D_{sm} – для перемежаемости

Common clustering and order clustering: illustration 2

Обычное и порядковое группирование: иллюстрация 2



Common clustering and order clustering: concept

Обычное и порядковое группирование: концепция

Common clustering: $D_c < 1$ or $D_s < 1$:

event sizes ignored;
accurate event *times* bear all info.

essence: short inter-event intervals too often

Order clustering: $D_{cl} < 1$ or $D_{sl} < 1$:

true event times ignored, order only used

sequence of sizes bears all info

essence: big events occur too often as neighbors in the time-ordered event list

Обычное группирование: $D_c < 1$ или $D_s < 1$:

размеры событий не учитываются;
вся информация – в точных временах.

сущность: слишком часто встречаются малые интервалы между событиями

Порядковое группирование:

$D_{cl} < 1$ or $D_{sl} < 1$:

истинные моменты событий не учитываются, лишь порядок важен
последовательность размеров несет всю информацию

сущность: большие события слишком часто оказываются соседями в упорядоченном во времени списке

Common clustering and order clustering: independence

Обычное группирование и порядковое группирование независимы

INDEPENDENCE:

- (1) Order and common clustering can *appear* independently в природных последовательностях событий
- (2) *Empirical measures* of order and common clustering use independent aspects of data.

FROM A PHYSICAL VIEWPOINT,
order and common clustering seem to be two different manifestations of a general tendency:

nature dislike uniformity at all scales.

D_{cm} / D_{sm} is a measure of such non-uniformity

НЕЗАВИСИМОСТЬ:

- (1) Порядковое и обычное группирование могут *появляться* независимо
- (2) *Эмпирические меры* порядкового и обычного группирования используют разные, независимые аспекты данных.

С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ФИЗИКИ,
порядковое и обычное группирование могут быть двумя различными проявлениями единой тенденции:

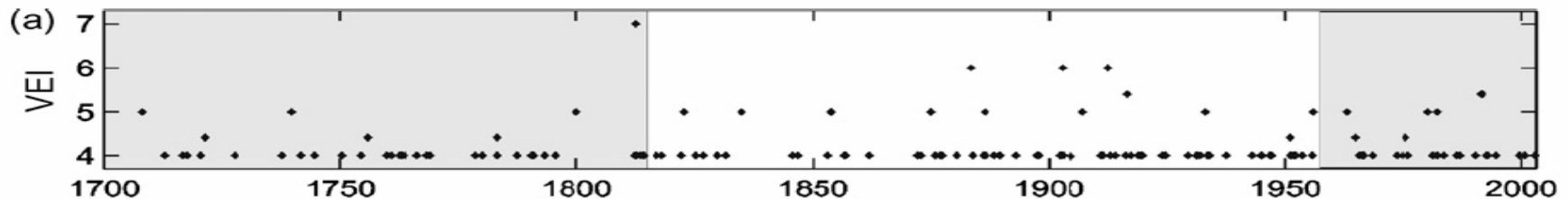
**природа не любит
равномерности на всех
масштабах**

D_{cm} / D_{sm} – мера такой неравномерности

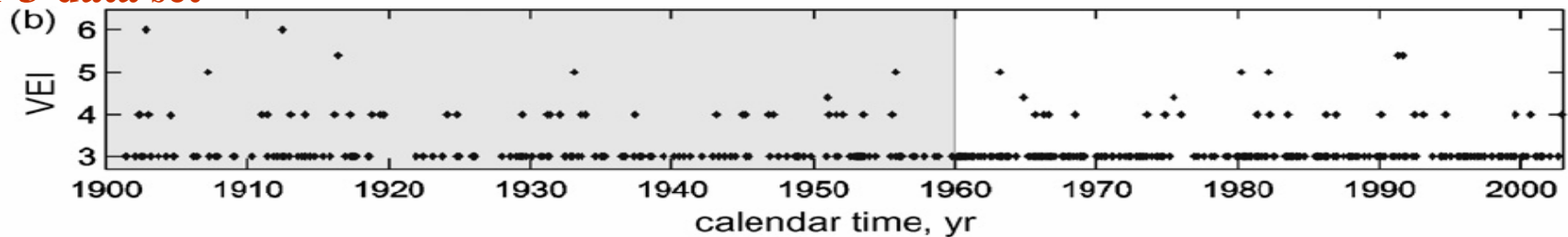
Initial data selection for statistical analysis of temporal structure. (1) Homogeneity of data

Отбор исходных данных для статистического анализа структуры: (1) однородность

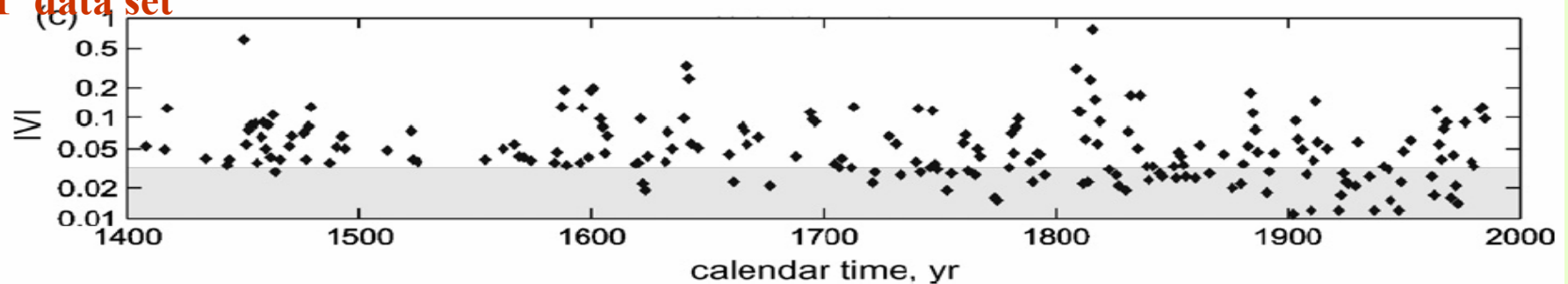
SMI-4 data set



SMI-3 data set



IVI data set



VEI: “volcano explosivity index”:
a magnitude-like, logarithmic measure of
eruption size

IVI: “ice core volcano index”:
a measure of volcanic dust
intensity as buried in glaciers.

analysis of temporal structure.

(2) Completeness of data

Отбор исходных данных для
статистического анализа
структуры:

(2) полнота

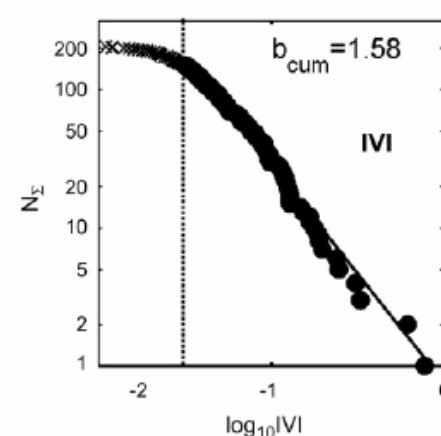
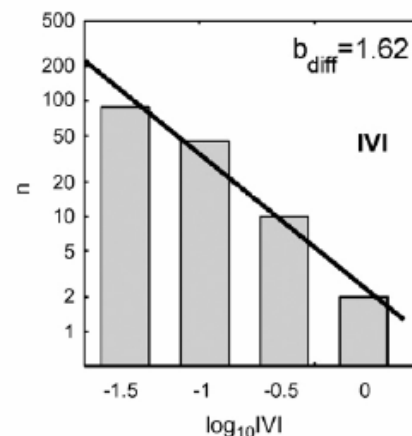
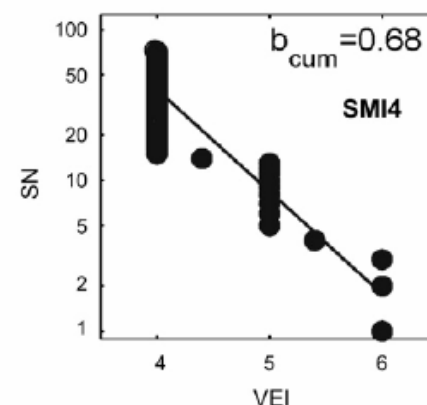
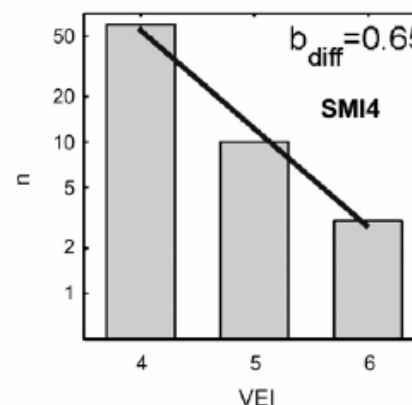
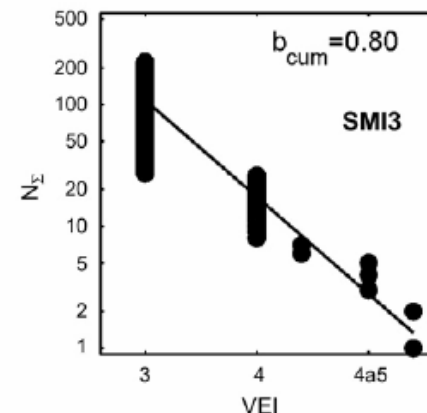
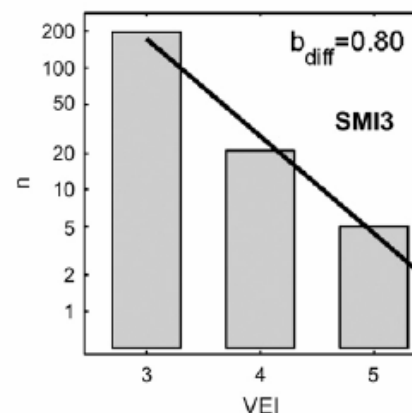
Checking the validity of
Pareto/hyperbolic/power law

Проверка
справедливости
степенного
закона
распределения
(он же
гиперболический
, он же Парето:

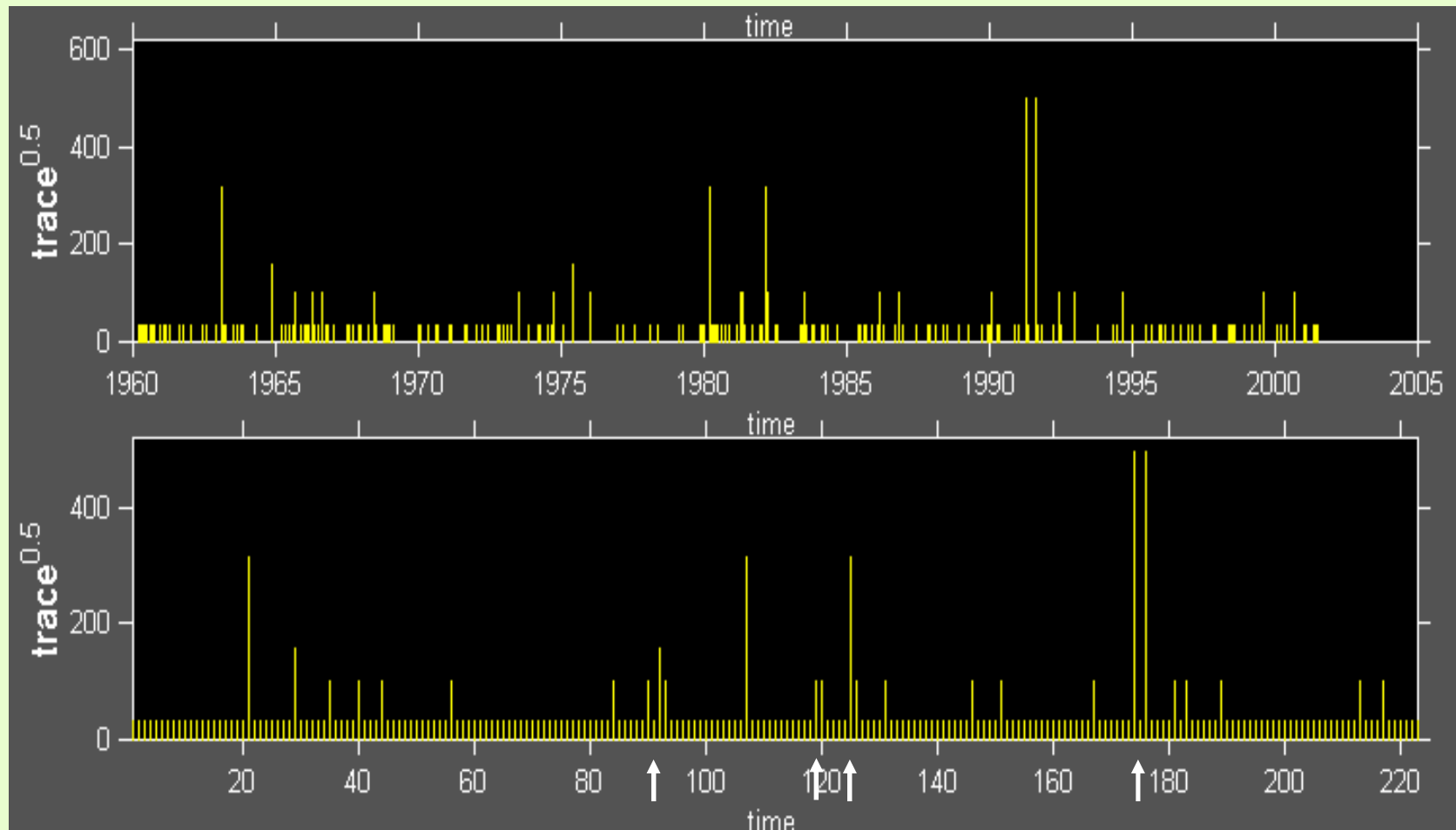
$$N(V' > V) \sim V^{-b}$$

It is assumed that for complete data sets, Pareto law is a rule

Считается, что в условиях полноты данных, обычно ве



SMI3 data set: global 1960-2002



TOP: data sequence over true time scale

BOTTOM: ordered sequence only

spike size shows relative event size as $10^{\text{VEI}/2} \approx \text{volume}^{0.5}$

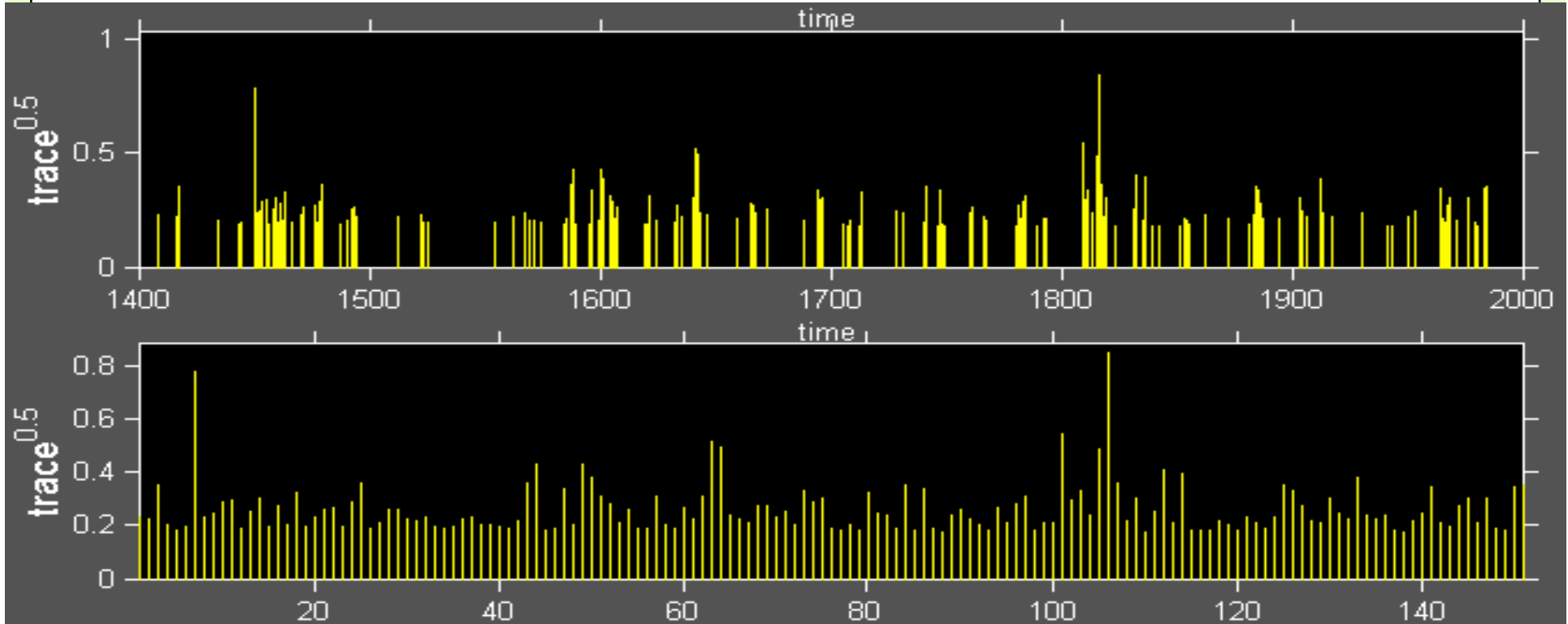
IVI data set:

IVI: “ice core volcano index”:
a measure of volcanic
aerosole intensity as buried
in glaciers.

DATA WINDOW: 1400-1985 as given by A.Robock

DATA PREPROCESSING:

- (1) Data for Northern and Southern Hemisphere merged
- (2) For events synchronous over both hemispheres, $\max(\text{IVI}(\text{NH}), \text{IVI}(\text{SH}))$ is taken

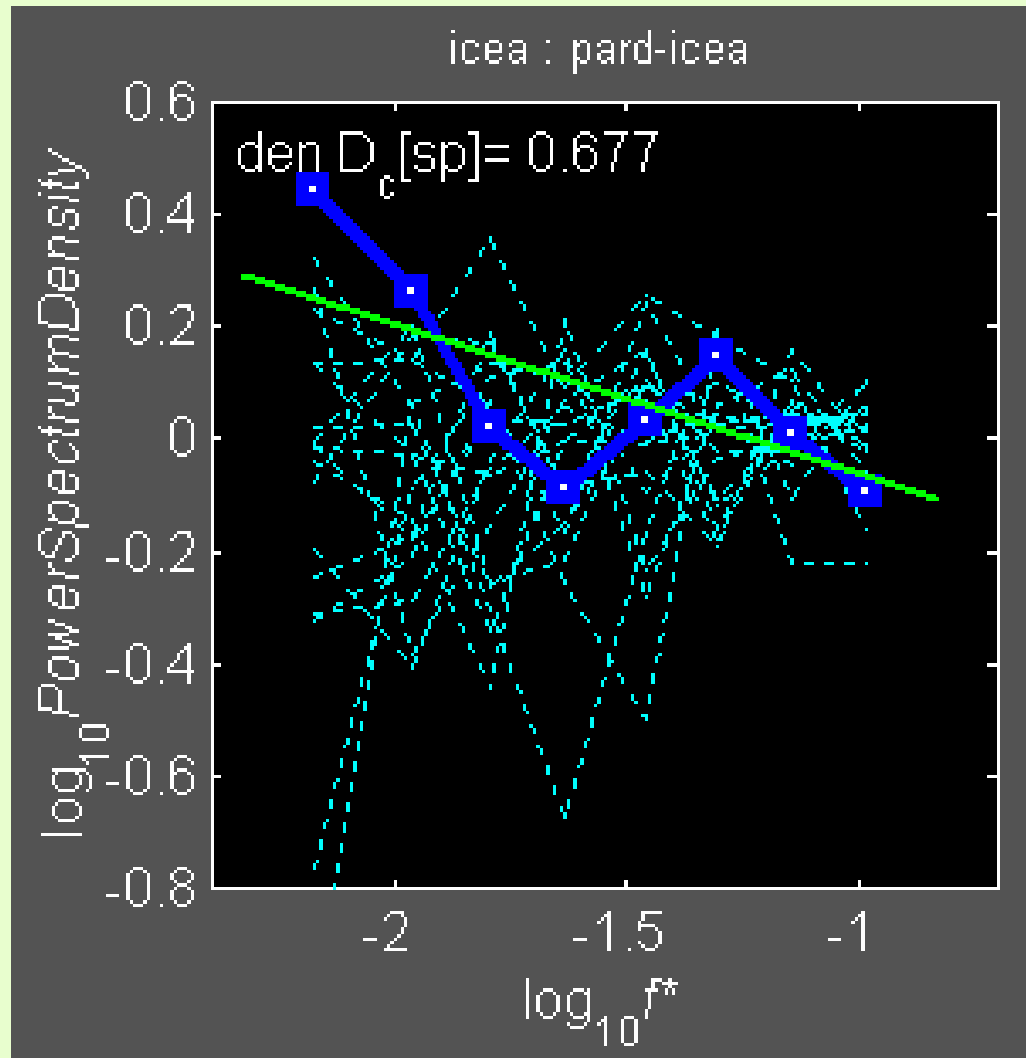


DATA SOURCE: Courtesy of Alan Robock,
(Rutgers University, New Brunswick, NJ, USA),

Robock, A., and M. P. Free, The volcanic record in ice cores for the past 2000 years, in *Climatic Variations and Forcing Mechanisms of the Last 2000 Years*, P. D. Jones (Ed) pp. 533–546, Springer-Verlag, New York, 1996.

Data sequence
shown as $\text{IVI}^{1/2}$

IVI data set, (V(i)) - constant time intervals :
power spectral density vs frequency,
log-log scale;



Determination of D_{s1}

Интегральные спектры мощности $I(f)$

$$I(f) = \int_0^f PSD(f') df'$$

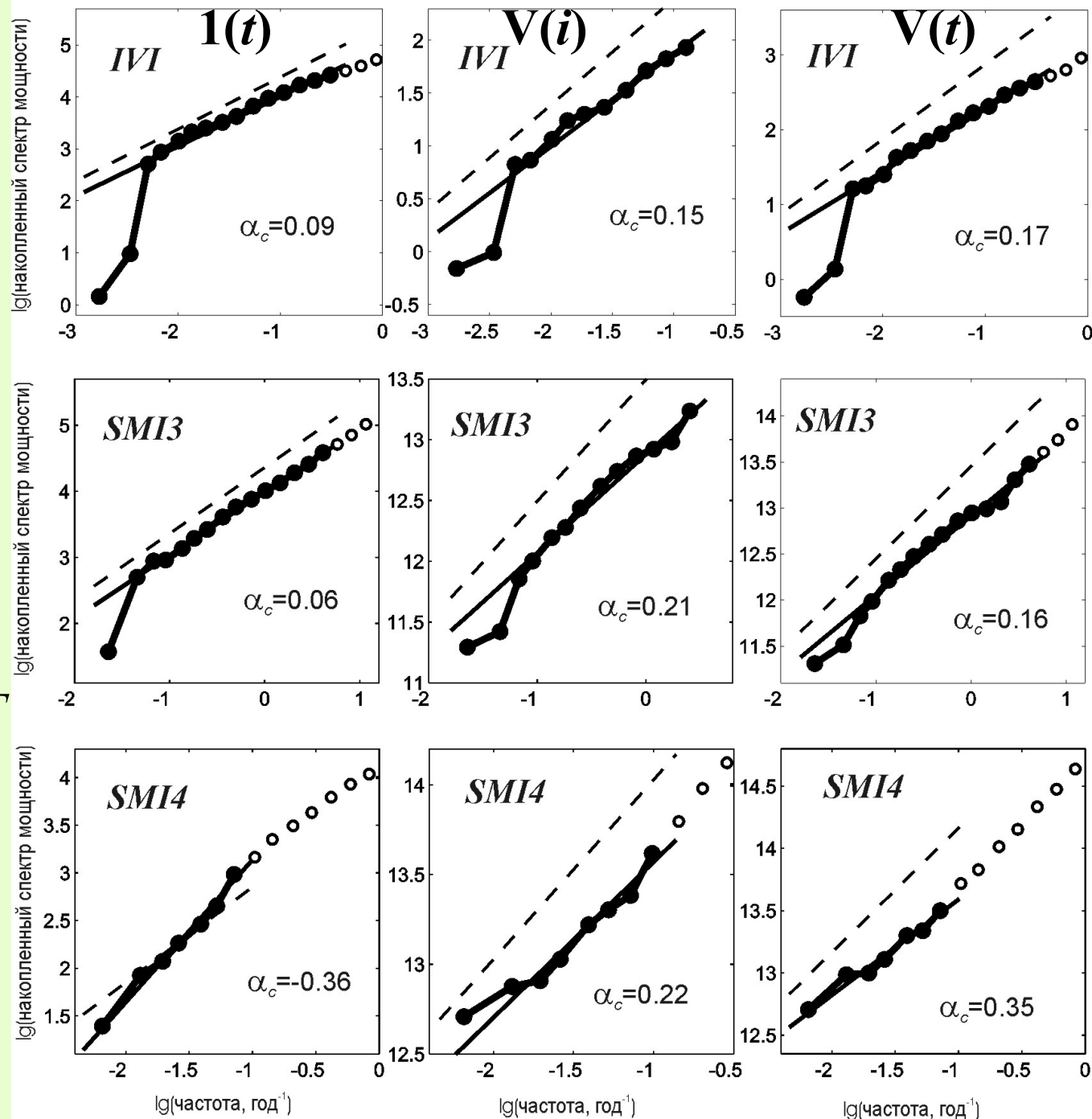
$$PSD(f) =$$

$$2 \left| \int_0^T F(t) e^{-2\pi i f t} dt \right|^2 / T$$

$$\alpha_c = 1 - D_s$$

плотность потока событий объем=f(номер в ряду)

продуктивность



Statistical significance for integrated PSD

Способ обработки	α	D_c	$\sigma(\alpha)$	$Q(\%)$	$Q_{st}(\%)$
Данные: SMI3 , N=226, V=10 ^{VEI} , $f_{up}=10 \text{ r}^{-1}$					
1(t)	0.08	0.92	0.06	14	15
V(i)	0.22	0.78	0.09	2.1	2.5
V(t)	0.08	0.92	0.05	5.9	10
Данные: SMI4 , N=72, V=10 ^{VEI} , $f_{up}=0.2 \text{ r}^{-1}$					
1(t)	0.16	0.84	0.23	27	-
V(i)	0.43	0.65	0.30	11	15
V(t)	0.20	0.80	0.20	16	20
Данные: IVI , N=146, V=IVI, $f_{up}=0.33 \text{ r}^{-1}$					
1(t)	0.13	0.87	0.09	6.7	10
V(i)	0.16	0.84	0.12	8.9	10
V(t)	0.19	0.81	0.09	1.7	2

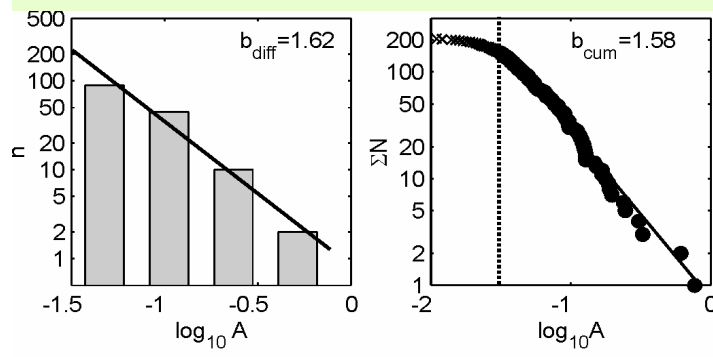
α – оценка показателя степенного закона в спектре мощности; $D_c = 1 - \alpha$ – оценка корреляционной размерности;

$\sigma(\alpha)$ – среднеквадратическая ошибка для оценки α ;

Q – вычисленный уровень значимости для гипотезы « $\alpha > 0$ » против нулевой гипотезы « $\alpha = 0$ »;

Q_{st} – то же самое значение округленное до традиционного уровня значимости; прочерк – случай не значимых данных.

При $\alpha=0$: спектр плоский

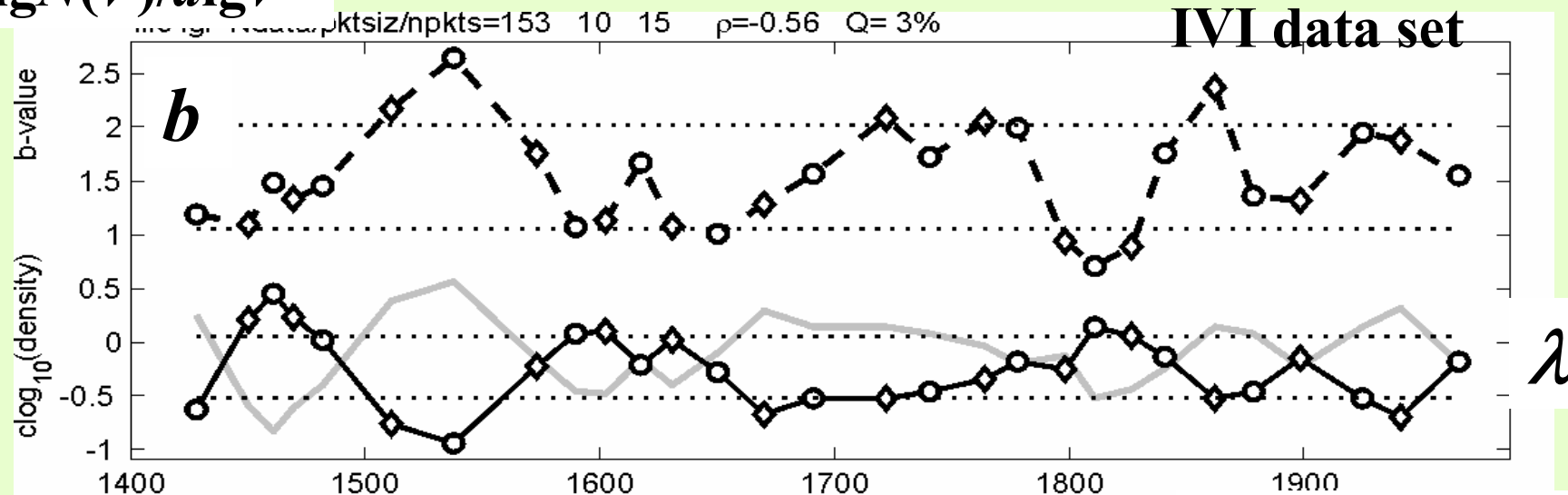


Inverse correlation between:

- (1) **b-value [order anti-clusters];** and
- (2) **event density or frequency [common clusters]**

Отрицательная корреляция между частотой событий и параметром b

$$b = d \lg N(V) / d \lg V$$



Данные: IVI, 1400-1985

Всего событий: 153

Размер пакета: 10

Число пакетов: 15

Коэффициент корреляции: -0.56

(Q=3%)

$$\lambda = dN(t)/dt$$

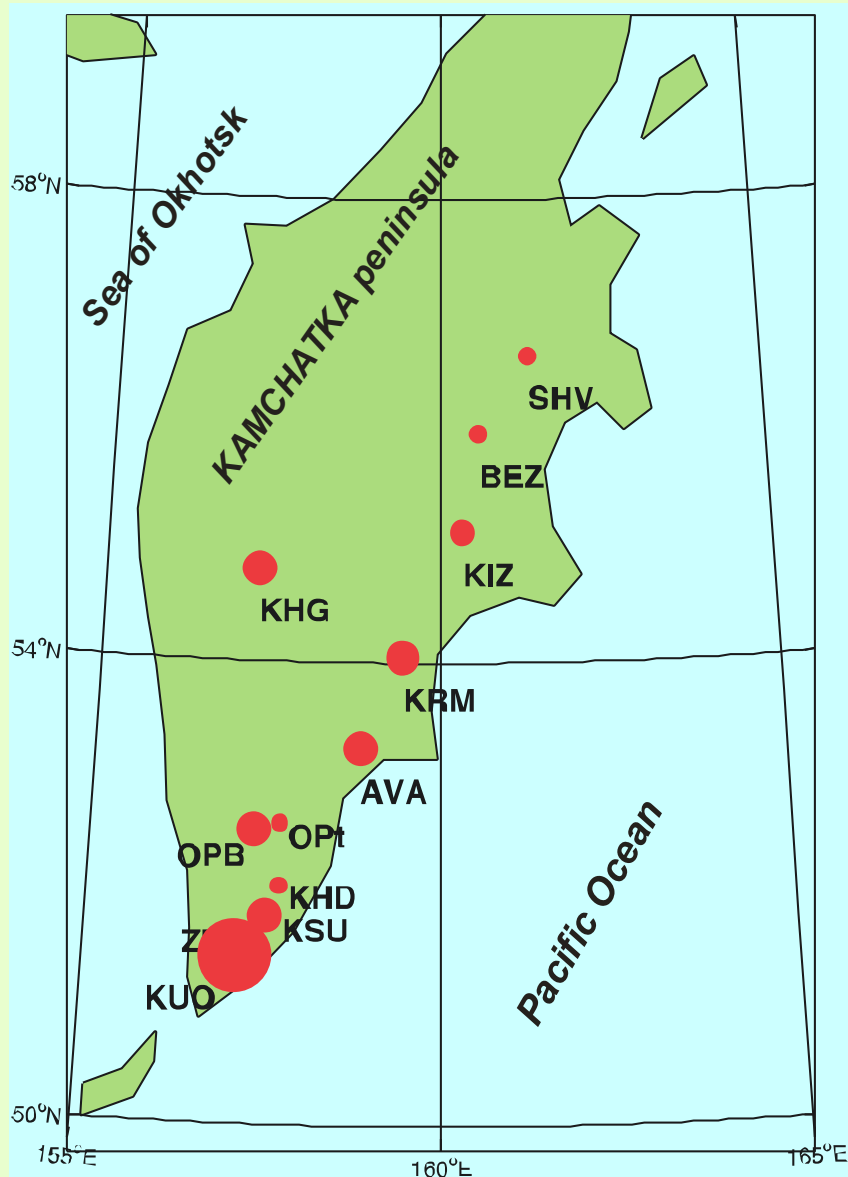
(локальная плотность точек)

The more frequently events happen, the larger they are!

Вывод: когда события чаще, они крупнее

Intermittency and clustering of explosive Holocene eruptions on Kamchatka

(A.A Gusev , V.V. Ponomareva , O.A.Braitseva , I.V.Melekestsev , L.D.Sulerzhitsky)



The catalog contains, since 8000 BC, 29 events with the volume of products of 0.7 km³ and above, assumed to be near to complete

KSU Ksudach 2 km³ 1907



EXAMPLE craters/calderas

KRM Karymsky Caldera 16 km³ -6642

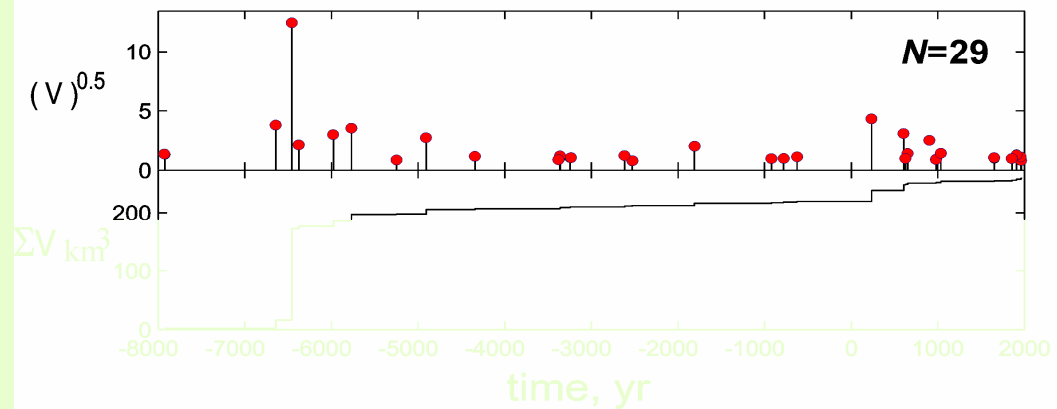


KHG Khangar 13 km³ -5769



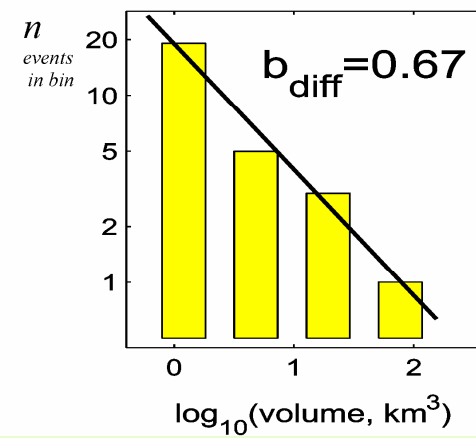
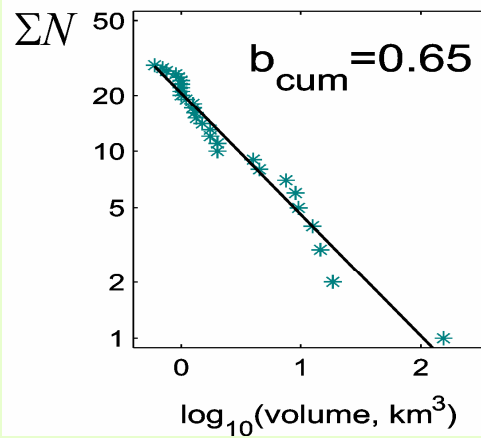
Sequence of events; volume distribution law

THE SEQUENCE of VOLUMES of EXPLOSIVE ERUPTIONS
of KAMCHATKA VOLCANOES during the last 10 000 years



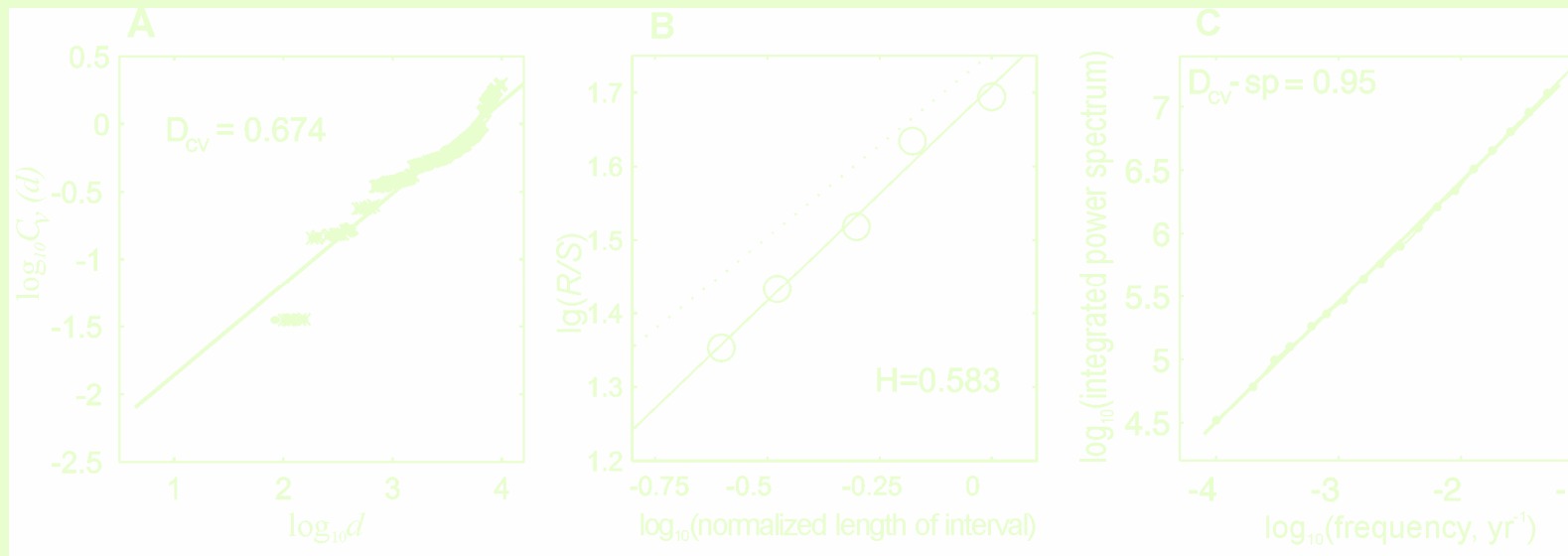
FREQUENCY-VOLUME
DISTRIBUTION of ERUPTIONS:

power law:
 $N(v > V) = \text{const } V^{-b}$



Kamchatka (2)

Study of episodicity/intermittency: $V(t)$



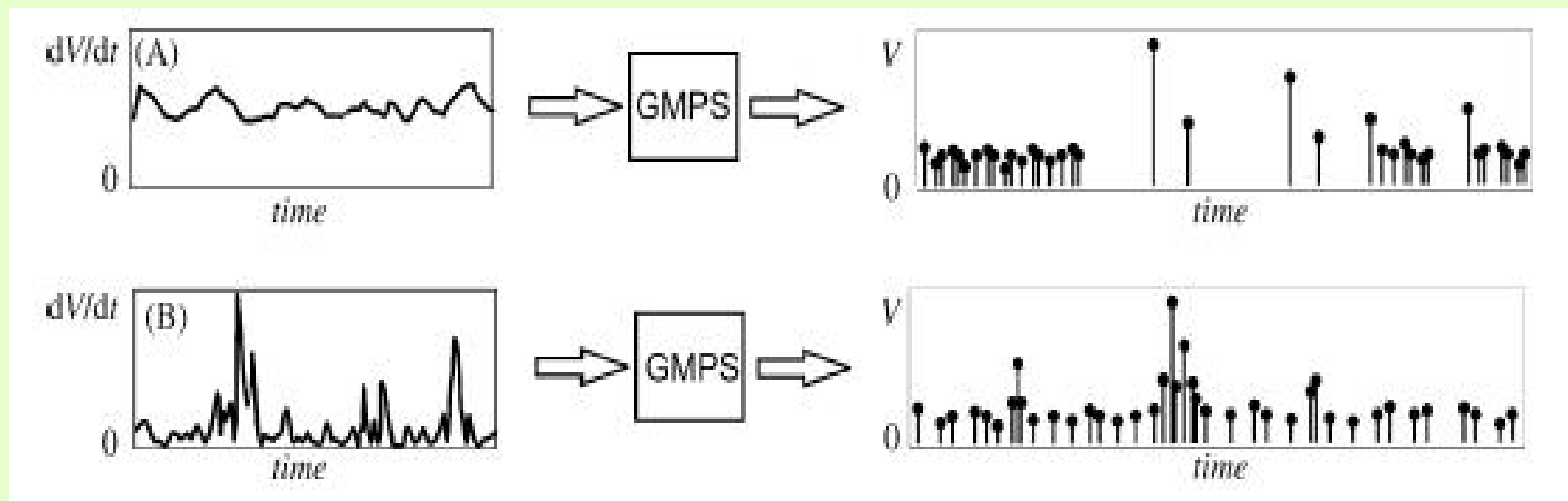
Characterization of intermittency by D_{cm} , D_{sm} and H

**Estimates of significance for hypothesis: $D < 1$
(time domain only)**

Time window: -8000 - 1990, size range: 0.7 km^3+ , $n=29$
Estimated $D_{cm}=0.67$ Δt range: 100-10000 yr

Kind of phenomenon in question	hypothesis	significance level: $\text{Prob}(D=1)$
common clustering	$D_c < 1$	4.8%
order clustering	$D_{c1} < 1$	3.7%
intermittency of output	$D_{cm} < 1$	3.4%

A portion of philosophy: The Global Magma Plumbing System (? very hypothetic; but needed to explain coordinated action of many distant centers)



Two hypothetic modes of behavior of the global magma plumbing system.

(Top) The case of modestly varying input material rate and the limited volume of the plumbing system proper; the output discharge pulses are frequent when they are small, and rarified when they become larger; *negative order clustering results*. **No match to data**

(Bottom) Wildly varying input material rate and, again, the limited volume of the plumbing system proper. In agreement with observations, discharge pulses are larger when they are more frequent, and *positive order clustering arises*, **as seen in the data**

Conclusion

(1) Common clustering, ORDER CLUSTERING and EPISODICITY OF THE OUTPUT OF VOLCANIC PRODUCTS (OVP)

(listed in the order of increasing degree of expression)

seem to be characteristic features of volcanic-eruption sequences, both on global and regional scale

(2) These three features all show self-similar (fractal) behavior; no characteristic periods are manifested.

(3) Common and order clusters arise in positively correlated manner, their joint action enhances the episodicity of OVP

(4) Data of historical geology indicate episodicity of OVP on time scales of 10^5 - 10^8 yr; in the present study similar behavior is observed on time scales of 10-500 yr.

(5) Taking into account the clustering behavior of explosive eruptions may significantly modify the estimates of impact of volcanism on climate

Заключение

(1) Обычное группирование, ПОРЯДКОВОЕ ГРУППИРОВАНИЕ и ЭПИЗОДИЧНОСТЬ ВЫНОСА ВУЛКАНИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА (ВВМ) (перечисленные в порядке нарастающей яркости проявления) **ПО-ВИДИМОМУ, представляют собой характерные свойства вулканического процесса, как в глобальном, так и в региональном масштабе.**

(2) Все эти три свойства имеют самоподобный(фрактальный) характер; явных циклов/периодов не видно

(3) Обычное и порядковое группирование возникают координированным образом; вместе они усиливают эпизодичность ВВМ

(4) Данные исторической геологии говорят об эпизодичности ВВМ на шкалах 10^5 - 10^8 лет; в данных работах подобное поведение выявлено на шкалах 10- 10^4 лет.

(5) Учет группирования взрывных извержений может заметно модифицировать оценки возможного влияния вулканизма на климат