

В сборнике отражены результаты исследований сейсмического процесса в различных регионах Советского Союза. Особое внимание обращено на изменение во времени параметров сейсмического режима и динамических характеристик очагов, что имеет значение для проблемы прогнозирования сильных землетрясений; рассматриваются вопросы корреляции сейсмических явлений с аномалиями геофизических полей.

Сборник представляет интерес для сейсмологов и геофизиков.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Чл.-кор. АН СССР, доктор физ.-мат. наук, профессор
Ю. В. Р и з н и ч е н к о (ответственный редактор), доктор геол.-мин. наук А. В. Д р у м я,
канд. физ.-мат. наук К. И. К у з н е ц о в а,
мл. науч. сотр. Н. Я. С т е п а н е н к о,
Л. М. С е д о в а (ответственный секретарь)

© Издательство "Штиинца", 1974 г.

Р 20802 - 145 II9-74
M755(I2)-74

А.А.Гусев

СЕЙСМОСТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРЕДИКТОРЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

В статье рассматривается каталог слабых землетрясений Камчатки с целью поиска внутренних корреляций, полезных для сейсмического прогноза. Исходные данные представляют собой полный каталог землетрясений Камчатки за 1965 - 1970 гг., содержащий около трех тысяч землетрясений с $K^{\Phi 68} \geq K_0 = 8,5^*$. В этот период

* $K^{\Phi 68}$ - энергетический класс по шкале Федотова [1]. Каталог получен ТСЭ ИФЗАН и ИВ СО АН и опубликован в сборниках "Землетрясения в СССР" за соответствующие годы.

сейсмический режим Камчатки был весьма стабилен, произошло всего одно землетрясение с $M > 7$, поэтому исследование проводилось в предположении стационарности процесса. Чтобы иметь достаточный для статистических выводов материал, за сильные принимались землетрясения с $K^{\Phi 68} \geq 12,0$, что соответствует $M \sim 5,0$ по корреляционной формуле [1]

$$K^{\Phi 68} = 4,6 + 1,5 M. \quad (1)$$

Такой выбор придает работе в некоторой мере модельный характер, так как в районе Камчатки практический интерес представляет прогноз землетрясений с $M = 6$ и более.

Были исключены из каталога афтершоки сильных землетрясений, поскольку они вносят нестационарность, и соответственно все землетрясения в радиусе 100 км в течение месяца после сильного (кроме еще более сильных). Нижний уровень использованной совокупности $K_0 = 8,5$, географические границы - $50 - 58^\circ$ с.ш., $153 - 165^\circ$ в.д.

В статье использованы только данные о времени и энергии землетрясений, пространственное распределение не учитывалось. Мы ввели дискретную временную шкалу с единицей времени, равной пяти суткам. Для каждой пятиневки набор чисел землетрясений каждого класса n_k , всего около восьми событий на интервал. Эти данные применены и в дальнейшем. Первые 343 интервала использованы как материал обучения, а последние 92 - для контроля.

Назовем интервалами первого типа интервалы, содержащие сильные землетрясения, а "пустые" - интервалами типа 0_0 . Задача заключается в классификации интервалов на основе данных об n_k за предыдущие интервалы. В обучающей совокупности 43 интервала типа I, в контрольной - 18. Основные параметры для каждого интервала: полное число землетрясений N , показатель δ распределения $n(E) \sim E^\delta$ и максимальный - (на интервале) класс \bar{K}_0 .

δ оценивалась методом максимального правдоподобия для группированной выборки [2]:

$$\hat{\delta} = \log_{10} \left(1 + \frac{N}{\sum_{i=0}^{\bar{K}_0} i n_{K_0 + i}} \right). \quad (2)$$

Для этих параметров и функций от них изучалось наличие связей с типом последующих интервалов. Приводим список

параметров, исследованных полукачественно:

I*. $N = N_0$;

2. $dN = N_0 - N_{-1}$ - оценка производной N по времени;

3** \dagger . $d = \max |N_i - N_k|$; $i, k = 0, -1, -2$ - размах на трех интервалах;

4*. $N^3 = N_0 + N_{-1} + N_{-2}$ - сглаженное среднее;

5** \dagger . $\gamma = \gamma_0$;

6*. $d\gamma = \gamma_0 - \gamma_{-1}$ - оценка производной по времени;

7. $d\gamma = \max |\gamma_i - \gamma_k|$; $i, k = 0, -1, -2$ - размах на трех интервалах;

8. γ , оцененная по суммам n_k за три интервала;

9.* $\gamma_{min} = \min(\gamma_0, \gamma_{-1}, \gamma_{-2})$;

10** \dagger . $\bar{K} = K_0$;

11*. $d\bar{K} = K_0 - K_{-1}$;

12. Π ; $\Pi = 1$, если $K_{-2} \leq K_{-1} < K_0$, иначе 0.

Примечания. Номера с двумя звездочками относятся к параметрам, отобранным для дальнейшего использования. Параметры, сильно коррелированные с параметрами этого рода, а также перспективные, но ненадежные отмечены одной звездочкой. Индексы означают относительные номера интервалов.

Для этих параметров проверялось наличие связи с типом каждого из четырех последующих интервалов, но связи более чем через один интервал нечетки почти во всех случаях.

Изменим теперь индексацию и припишем нулевой номер интервалу, тип которого нас интересует. Величины $\gamma_{-1}, \gamma_{-2}, d_{-1}, d_{-2}, \bar{K}_{-1}, \bar{K}_{-2}$ назовем предикторами. Для решения задачи используем метод произведения одномерных отношений правдоподобия [3], игнорируя некоторую связь между предикторами. Оценку отношения правдоподобия λ для каждого предиктора произведем, построив условные распределения значений предикторов и найдя отношения этих распределений:

$$\lambda(x) = \frac{P(x|1)}{P(x|0)} = \frac{P(0)}{P(1)} \frac{P(1|x)}{P(0|x)} \quad (3)$$

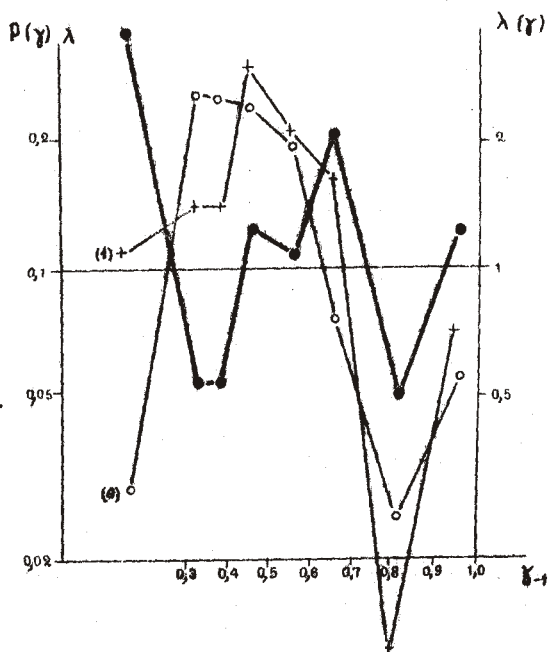


Рис. 1. Распределения предиктора γ_{-1} в интервалах, предшествующих (1) и не предшествующих (0) сильному землетрясению, и их отношение - отношение правдоподобия. Масштаб логарифмический

где λ - любой предиктор. Рис. 1 дает представление об этой процедуре. Масштаб логарифмический, и кривая $\lambda(\delta_{-1})$ получается вычитанием полигонов частот. Округленные значения λ сведены в табл. I:

Т а б л и ц а I

$\hat{\delta}$	(0; 0,30]	(0,30; 0,35]	(0,35; 0,4]	(0,4; 0,5]	(0,5; 0,6]
$\lambda(\delta_{-1})$	4	0,5	0,5	I	I
$\lambda(\delta_{-2})$	I,5	I,5	I	I	I,5

$\hat{\delta}$	(0,6; 0,7]	(0,7; 0,8]	(0,8; 00)*
$\lambda(\delta_{-1})$	2	0,5	I
$\lambda(\delta_{-2})$	2	0,5	I

d	0 - 2	3 - 10	11 - 12	13 -
$\lambda(d_{-1})$	0,5	I	2	I
$\lambda(d_{-2})$	I	I	2	2

$\bar{\kappa}$	9 - 11	12	13
$\lambda(\bar{\kappa}_{-1})$	I	2	I
$\lambda(\bar{\kappa}_{-2})$	I	2	I

С целью контроля метода вычислим значения предикторов для интервалов контрольного массива и найдем для каждого интервала значения

$$\Lambda = \lambda(\delta_{-1}) \cdot \lambda(\delta_{-2}) \cdot \lambda(d_{-1}) \cdot \lambda(d_{-2}) \cdot \lambda(\bar{\kappa}_{-1}) \cdot \lambda(\bar{\kappa}_{-2}). \quad (4)$$

Распределения обоих типов интервалов по Λ приведены на рис. 2. Обе кривые несколько смещены вправо относительно значения $\Lambda = 1$ за счет округления, что несущественно. Видно, что метод "работает", но отношение плотностей всюду меньше, чем можно было ожидать при соответствующем значении Λ . Иными словами, наши

* $\hat{\delta} = \infty$ означает, что оценка (2) не существует.

оценки λ несколько завышены. Для контроля значимости выберем два пороговых значения λ :

$$\lambda_n^{(1)} = 2,5, \quad \lambda_n^{(2)} = 8$$

и построим соответствующие таблицы сопряженности.

Т а б л и ц а 2

Землетрясение	Прогноз		
	Есть	Нет	Σ
Есть	N_{11}	N_{01}	$N_{.1}$
Нет	N_{10}	N_{00}	$N_{.0}$
Σ	$N_{.1}$	$N_{.0}$	N

По краям стоят суммы: $N_{.1} = N_{11} + N_{01}$ и т.д.; $N = N_{.1} + N_{.0} = N_{.1} + N_{.0}$ —

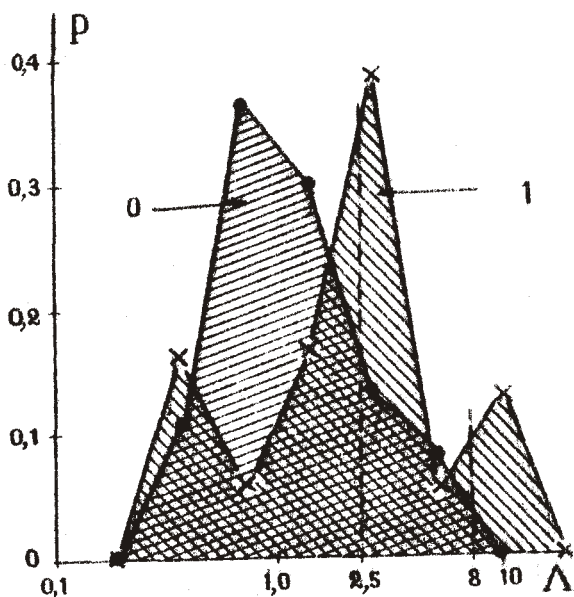
полное число интервалов. В нашем случае

	$\lambda_n = 2,5$		$\lambda_n = 8$	
II	7	18	4	18
I6	58	74	3	74
27	65	92	7	92

Математическое ожидание величины N_{11} при отсутствии связи между прогнозом и землетрясением

$$\mu_{11} = \frac{N_{.1} \cdot N_{.1}}{N}, \quad (5)$$

а именно: $\mu_{11}^{(1)} = 5,3$; $\mu_{11}^{(2)} = 1,37$. Величина N_{11} имеет гипергеометрическое распределение при заданных N , $N_{.1}$, $N_{.1}$. [4]. Уровень значимости $P_{сл}$ есть вероятность получить такой же или лучший прогноз без связи. Применяя рекомендации в таблице [4], воспользуемся в первом случае нормальным приближением с поправкой Йейтса, а во втором — биномиальным приближением и получим уровни значимости:



Р и с. 2. Распределения значений λ для интервалов, содержащих (I) и не содержащих (0) сильное землетрясение.

$$P_{сл}^{(1)} = 0,2\% , \quad P_{сл}^{(2)} = 3\% .$$

Теперь введем удобную меру эффективности для задач, связанных с прогнозом землетрясений, когда выбор уровня "сильного" землетрясения относительно произволен:

$$J = \frac{P(\text{землетрясение} \mid \text{прогноз})^*}{P_{\text{безусл}}(\text{землетрясение})} . \quad (6)$$

Эта дробь есть отношение плотности вероятности сильного землетрясения в те периоды времени, для которых дан прогноз, к средней плотности. Аналогичные величины при прогнозе места или места и времени землетрясения суть плотности в пространстве или пространстве-времени. Оценкой J в нашем случае служит

$$\hat{J} = \frac{N_{11}}{N_1} / \frac{N_1}{N} \quad (7)$$

(в контрольном массиве все I -интервалы содержат по одному землетрясению). Дисперсия этой оценки легко вычисляется при нулевой гипотезе об отсутствии связи:

$$\sigma_0^2(\hat{J}) = \left(\frac{N}{N_1 \cdot N_1} \right)^2 \sigma^2(N_{11}) = \frac{N_0 \cdot N_0}{N_1 \cdot N_1 \cdot (N-1)} , \quad (8)$$

поскольку N_{11} имеет гипергеометрическое распределение. Если же $J \neq 1$, задача усложняется. Допустим, что доля I -интервалов мала, и воспользуемся методами сравнения интенсивностей пуассоновских процессов [5]. Тогда распределение N_{11} имеет вид

$$P(N_{11} \mid N_1) = C_{N_1}^{N_{01}} \left(\frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \right)^{N_{11}} \cdot \left(\frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \right)^{N_{01}} , \quad (9)$$

где μ_1 и μ_2 - (неизвестные) средние значения N_{11} и N_{01} . Дисперсия N_{11} при этом равна

$$\sigma^2(N_{11}) = N_1 \cdot \frac{\mu_1 \cdot \mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)^2} . \quad (10)$$

* Величины P здесь формально те же, что и при выводе отношения правдоподобия, но оценены не на материале обучения, а на контрольном. Поскольку связи, на которых базируются методы прогноза, могут быть неустойчивыми, а их существование не всегда можно строго доказать, именно эта оценка имеет практический смысл.

Заменяя μ_1 и μ_2 на их оценки N_{11} и N_{01} , и домножая на соответствующий коэффициент (см. (8)), получаем оценку

$$\sigma_1^2(\hat{J}) = \frac{N^2 \cdot N_{11} \cdot N_{10}}{N_{1.}^2 \cdot N_{.1}^3}. \quad (11)$$

Значения \hat{J} , σ_0 , σ_1 даны в табл.3.

Представляется, что именно безразмерная мера J , которая непосредственно не связана с априорной вероятностью, а тем самым ни с энергией, ни с длиной интервала, ни вообще с выбором дискретной оси времени,

Т а б л и ц а 3

λ_n	\hat{J}	σ_0	σ_1
2,5	2,1	0,33	0,39
8	2,9	0,74	1,28

окажется подходящей для измерения и оценки эффективности любых методов прогноза, в том числе и полукачественных. Эта мера обладает также мультипликативным свойством для независимых методов (подобно λ). Пусть Π_1 и Π_2 - независимые события "прогноз", Z - событие "землетрясение" и

$$J_1 = \frac{P(Z|\Pi_1)}{P(Z)}; \quad J_2 = \frac{P(Z|\Pi_2)}{P(Z)}. \quad (12)$$

Тогда

$$J_1 \cdot J_2 = \frac{P(Z|\Pi_1) \cdot P(Z|\Pi_2)}{P(Z)^2} = \frac{P(\Pi_1|Z) \cdot P(\Pi_2|Z)}{P(\Pi_1) \cdot P(\Pi_2)}, \quad (13)$$

что в силу независимости равно

$$J_{12} = \frac{P(Z|\Pi_1; \Pi_2)}{P(Z)}.$$

В заключение заметим, что значения J порядка два-три довольно скромны. Чтобы предсказать землетрясение с $M \sim 8$ в Курило-Камчатской зоне с вероятностью 0,5 и заблаговременностью один год, нужно иметь методы с $J = 50 + 100$. Однако в силу мультипликативности пять-шесть методов с эффективностью 2,5 позволили бы получить такой результат.

В ы ы в о д ы. I. Распределение слабых землетрясений Камчатки по времени и энергии использовано для поиска прогностических закономерностей в условиях стабильного сейсмического режима.

2. Выделены параметры режима – предикторы, распределения которых зависят от возникновения землетрясения с $K^{Ф68} \geq 12,0$ ($M \geq 5$) в течение ближайших пяти-десяти суток. Оценены отношения правдоподобия для отдельных предикторов.

3. На независимом материала проверен способ прогноза с помощью произведения одномерных отношений правдоподобия. Показана значимость полученного прогноза.

4. Введена мера эффективности прогноза. Мера мультипликативна для независимых методов. Для данного метода $J = 2 - 3$.

Автор признателен С.А.Федотову за внимание к работе и В.Ф.Писаренко за плодотворное обсуждение.

Л и т е р а т у р а

1. С.А.Федотов, П.И.Токарев, В.М.Зобин, А.А.Годзиковская. Землетрясения Камчатки и Командорских островов. В сб.: Землетрясения в СССР в 1968 г. М., "Наука", 1971.
2. Г.Куллдорф. Введение в теорию оценивания. М., "Наука", 1968.
3. И.Л.Нерсесов, В.Ф.Писаренко, Т.Г.Раутиан, Н.А.Смирнова, В.И.Халтурин. Применение теории узнавания для статистического разделения мелких и глубоких землетрясений по динамическим характеристикам записи. В сб.: Проблема цунами. М., "Наука" 1968.
4. Л.Н.Большев, Н.В.Смирнов. Таблицы математической статистики. М., ВЦ АН СССР, 1968.
5. Д.Коко, П.Льюис. Статистический анализ последовательностей событий. М., "Мир", 1969.