

Гусев А. А.

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЛОГИКИ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ

В данной заметке рассмотрен определенный тип затруднений, возникающих в процессе интерпретации геофизических данных. Во многих разделах физики Земли (для которой активный эксперимент является скорее исключением, чем правилом) проблемы, поставленные конкретным научным исследованием, невозможно решить путем «критического эксперимента». Это нередко осложняет осознание природы возникающих проблем. В частности, возникает ситуация, когда преодоление обнаруженных трудностей невозможно на том уровне рассмотрения, на котором фактически проводится анализ. Мы введем специальный термин «метапроблема» для обозначения затруднений рассматриваемого типа.

Важность данных вопросов связана, в частности, с интенсивным внедрением в геофизику вычислительных методов, что порождает, как известно, ряд методологических трудностей [1, 3]. Помимо таких характерных ситуаций, как столкновение традиций «домашинного периода» с новыми подходами или применение «готовых» вычислительных методов (например, спектрального анализа) без ясной физической постановки задачи, возникает ряд более принципиальных проблем, имеющих именно описанный характер.

Введем в рассмотрение четыре основных логических уровня геофизической интерпретации.

1. Уровень планирования и организации системы измерений (наблюдений) и способа получения числовых характеристик. На этом уровне осуществляется взаимодействие геофизики с природой.

2. Уровень выбора физической модели для интерпретации, определение списка параметров или функций, характеризующих модель. На этом уровне формируется концептуальная схема природного явления.

3. Уровень выбора математического описания (модели) для заданной физической модели, исследование («аналитическое») единственности и разрешимости. Это уровень постановки математической задачи.

4. Уровень выбора численного метода и проектирования алгоритма решения в рамках математической модели. Исследование эффективности и надежности алгоритма.

Процесс цельного научного исследования перемещается (вообще говоря, неоднократно) сначала вниз до получения численного ответа, затем вверх для осмысления этого ответа. На любом уровне могут быть обнаружены трудности, либо присущие этому уровню, либо относящиеся фактически к одному из верхних уровней; эти последние и есть метапроблемы. Очевидно, все четыре уровня необходимы, хотя их наличие не всегда осознается и логически явно выделяется.

Рассмотрим примеры проблем и метапроблем, начиная с нижнего уровня. На уровне выбора алгоритма (п. 4) типичные проблемы — неудачный численный метод, медленная или «осциллирующая» сходимость итеративного метода, необходимость поиска глобального экстремума в задачах минимизации. Типичная метапроблема — неустойчивость в ситуации, «когда ее не ждали». На уровне выбора математической модели типичные проблемы — неустойчивость решения обратной задачи, наличие граничных условий, определяемых в процессе решения, техническая невозможность моделирования на достаточно густой сетке, отсутствие подходящего малого параметра. К метапроблемам относятся все эффекты, связанные с неадекватностями в математической модели: слабый, но принципиально важный нелинейностью, сферически симметричным приближением к реальной Земле и ее полям, неидеальной упругостью Земли, неидеальной вмороженностью поля в плазму, неидеальной изотропностью рассеяния и т. п. Специфический тип метапроблем — обнаружение при анализе недостаточности системы наблюдений в чисто ко-

личественном смысле. Это «боковая» ветвь очевидна и не будет детально обсуждаться.

На уровне выбора физической модели проблемы связаны с отсутствием у геофизика общего представления о природе наблюдаемых явлений. Такое представление должно быть создано в рамках геофизики (абсолютный дрейф континентов для объяснения палеополусов), заимствовано из физики в относительно неизменном виде (дислокационная модель очага землетрясения) или создано заново в самой физике (поверхностные волны). Метапроблемы данного уровня — это проблемы принципиальной, качественной неполноты существующих наблюдательных систем (или данных). Таковы, например, проблема реальности и природы ряда предвестников землетрясений (теплотные токи, биологические и пр.) или проблема наличия «медленных» компонент в очаговом процессе конкретного цунамигенного землетрясения.

На уровне наблюдательных систем обычные проблемы — это создание новых классов приборов, обеспечение необходимой частоты, густоты, частотного и динамического диапазонов наблюдений, внедрение «силовых» методов (бурение, инъекция электронов в ионосферу). Метапроблемы на этом уровне, по-видимому, возникнуть не могут по общеметодологическим причинам, так как принципиальная наблюдаемость явлений природы и (также принципиальная) достаточность этих наблюдений для построения научной картины мира суть постулаты науки.

Существует еще один весьма общий и важный класс проблем верхнего уровня, которые обычно являются метапроблемами на каждом из более низких уровней, и их естественно рассмотреть отдельно. Это проблемы калибровки аппаратуры, ее точности, выбора абсолютных или относительных способов измерения, проблемы влияния помех (шумов) и техника их подавления. Осознание этих проблем обычно не вызывает затруднений.

Логические трудности в интерпретации возникают обычно в ситуациях, когда за проблему принимают метапроблему. Можно привести ряд иллюстраций из истории развития методов определения координат (эпицентров и глубин) землетрясений. Внедрение чувствительных короткопериодных сейсмографов и машинных алгоритмов для определения координат по телесейсмическим наблюдениям привело в начале 60-годов к резкому улучшению качества и количества определенных эпицентров. Интерпретация велась в рамках модели сферически-симметричной Земли, а невязки решения рассматривали как случайные ошибки, причем и в процессе поиска решения, и при оценке его точности.

Вскоре, однако, обнаружилось систематические и большие по величине, чем ожидается, отклонения результатов расчетов такого рода от известных истинных координат источников. Сначала была сделана попытка уточнить годограф (т. е. перейти к другой сферически-симметричной модели Земли). Однако новый годограф (Херрина) не улучшил дела. Таким образом, на уровне 4 (алгоритмизация) была обнаружена метапроблема, относящаяся, как выяснилось, к уровню 2, поскольку в рамках концепции сферически-симметричной Земли получить ее решение нельзя. Эта модель Земли была логически заменена моделью с горизонтальными неоднородностями. Однако на практике использование новой модели оказалось весьма сложным как на уровне математической схематизации (п. 3), так и на уровне алгоритмизации (п. 4). В результате и сегодня ведущие сейсмологические службы мира определяют эпицентры в рамках сферически-симметричной модели Земли. Только при определении относительных координат афтершоковых серий, когда использование модели с неоднородностями относительно просто, отдельные исследователи делают такие попытки. Лишь при интерпретации данных региональных систем наблюдений применяется (в Гарме, Калифорния) горизонтально неоднородная модель.

Следует отметить, что сейсмические службы, используя заведомо не вполне корректную модель сферически-симметричной Земли, не отказались от использования статистических доверительных областей для оценок точности, что дает искаженное представление об ошибках. Рассмотрим детально эту весьма характерную ситуацию.

Пусть $x = \{x_i\}$, $i = 1, \dots, K$, — вектор неизвестных величин, $y = \{y_j\}$, $j = 1, \dots, N$, — вектор дискретных наблюдений, тогда стандартная линейная модель формирования наблюдений такова:

$$y = Ax + \varepsilon,$$

где A — матрица, определяемая задачей; ε — вектор ошибок наблюдений. Обычная для геофизики обратная задача нахождения x по y решается, например, методом наименьших квадратов (м. н. к.):

$$\hat{x} = (A'A)^{-1}A'y.$$

При этом для случайных нормально распределенных $[p(\varepsilon_j) = (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1}\exp(-\varepsilon_j^2/2\sigma^2)]$ независимых ошибок с нулевым средним ошибка м. н. к.-оценки \hat{x} определяется ковариационной матрицей

$$\text{cov}(x_i, x_k) = \sigma^2[(A'A)^{-1}]_{ik}.$$

Значение σ^2 при этом оценивается из данных с использованием невязок $f = y - A\hat{x}$:

$$\hat{\sigma}^2 = f'f/(N - K).$$

Именно такова логика многих алгоритмов интерпретации. Рассмотрим, что будет, если матрица A , определяемая в конечном счете из наблюдений, отличается от истинной

матрицы $A_0 (A = A_0 + \Delta A)$. Имеем

$$y = A_0 x + \varepsilon = (A - \Delta A)x + \varepsilon' A x + \varepsilon + \delta,$$

здесь $\delta = -\Delta A x$ — «систематические ошибки», связанные с неадекватностью модели. Применяя м. н. к. и используя A вместо истинной A_0 , имеем

$$\hat{x} = (A'A)^{-1}A'y = x + (A'A)^{-1}A'\varepsilon + (A'A)^{-1}A'\delta = x + \Delta x_{\text{сист}} + \Delta x_{\text{сл}}.$$

Здесь подразумевается, что δ и $\Delta x_{\text{сист}}$ — неизвестные функции от x . Если в этой ситуации формально применить оценку для σ^2 по невязкам \hat{f}_j и построить доверительную область, результат не будет иметь ясного смысла, особенно если по порядку величины δ_j заметно больше ε_j , как это имеет место, например, при определении эпицентров. Здесь возможны разные точки зрения. При «хорошей» системе наблюдений и «в среднем верной» матрице A ответ «в среднем» будет верен. Например, можно думать, что в среднем по земному шару средний систематический сдвиг эпицентра землетрясения при определении его по сферически-симметричной модели Земли близок к нулю. Это, однако, неверно для конкретной небольшой эпицентральной зоны, где систематический сдвиг будет устойчив (δ и $\Delta x_{\text{сист}}$ слабо зависят от x). При этом величина невязок (и оценка $\hat{\delta}^2$) могут быть порядка σ_j , если система наблюдений «хорошая» и «засечки» пересекаются не под острым углом. Если же система наблюдений «плохая» и засечки пересекаются под острым углом, тогда невязки могут быть малы при больших δ_j и их величина не отражает даже порядка величины δ_j . Но во всех случаях формальные доверительные области не будут адекватно описывать область возможных ошибок. В частности, размер области ошибок не будет снижаться по $N^{-0.5}$ с ростом числа уравнений, как это имеет место для статистической доверительной области, а будет примерно постоянным. Рекомендации для оценки ошибок в таких случаях содержатся в работе автора [2] для условий, когда порядок величины δ_j известен.

Проблемы описываемого типа возникают довольно часто в сейсмологии (определение механизма очага, величины и компонент тензора сейсмического момента), океанологии (эхолотирование при неточно известной скорости звука), палеомагнетизме (систематическое отклонение вектора намагниченности от направления поля) и других геофизических дисциплинах.

Определение координат землетрясений дает и другой пример проблемы логики интерпретации. Неустойчивость определения глубины очага мелкофокусного землетрясения выявилась на уровне алгоритмизации 4, оказалось неразрешимой на «своем» уровне 3 и была частично решена на уровне 1 путем привлечения дополнительной информации с сейсмограмм (глубинные фазы).

Приведем пример из другой области. При рассмотрении обратной задачи сейсмометрии в ряде исследований давно обнаружена неустойчивость решения обратной задачи: определить функцию $x(t)$ на входе сейсмографа по функции выхода $y(t)$ (обратная фильтрация). Проблемы шумов, неточно известных характеристик аппаратуры и т. п. довольно очевидны, но основные трудности вызвала неясная постановка задачи. Детальный обзор [5] оставляет впечатление, что для конкретного приложения затруднительно спроектировать алгоритм, который может: 1) правильно восстановить входной сигнал, если это возможно; 2) сигнализировать, что в данных условиях задача не решается. Здесь снова возникает метапроблема на уровне 4, но она решается на уровне 3 путем переформулировки математической задачи. Простейшая новая формулировка — восстановить входной сигнал только в пределах той полосы частот, где это возможно. Контролем уверенности восстановления является слабая зависимость результата от вариаций полосы. Это означает, что все существенные компоненты спектра восстановлены. В другой постановке задачи [4] постулируется, что можно экстраполировать спектр вонне полосы, что позволяет для некоторого класса сигналов получить устойчивое восстановление. Таким образом, и в этом случае для создания эффективного алгоритма приходится обращаться к логике интерпретации.

Можно полагать, что во многих случаях четкое выделение метапроблем позволит внести ясность в решение практических задач геофизической интерпретации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грекова И. Методологические особенности прикладной математики на современном этапе ее развития.— *Вопр. философии*, 1976, № 6, с. 104—114.
2. Гусев А. А. Определение гипоцентров близких землетрясений Камчатки на ЭВМ.— *Вулканол. и сейсмол.*, 1979, № 1, с. 74—81.
3. Кейлис-Борок В. И. Сейсмология и логика.— В кн.: *Вычислительная сейсмология*. Вып. 4. М.: Наука, 1968, с. 317—349.
4. Корчагина О. А., Косарев Г. Л., Москвина А. Г. Доклад на рабочей группе МСССС по объемным волнам. Симферополь, 1979.
5. Плезингер А. Методы решения обратной задачи сейсмометрии и границы ее практической применимости.— *Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли*, 1977, № 9, с. 38—55.