

А.А. Гусев, Е.М. Гусева

ДЕКОНВОЛЮЦИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ЗАПИСЕЙ (вопросы методики и некоторые результаты)

Задача деконволюции сейсмических записей, т.е. восстановления движения почвы под сейсмографом по его записи, фундаментальна для сейсмологии и имеет обширную литературу. В частности, обзор [1] содержит подробный анализ применявшихся методик и расчетных схем. В данной работе описана реализация спектрального алгоритма деконволюции. Задача была первоначально поставлена как техническая в связи с отсутствием соответствующих стандартных Фортран-программ, однако затем выяснилась необходимость изучения ряда методических проблем. Этому посвящена первая часть работы.

Результаты счета также представляют определенный сейсмологический интерес и составляют вторую часть работы.

Спектральный подход был применен в силу ряда преимуществ, наиболее явным из которых является возможность деконволюции записей каналов с электронными усилителями. Передаточные функции этих каналов часто измеряются экспериментально, что не позволяет применять другие методы. В [1, 2] изложена теория спектрального подхода, так что мы ограничимся краткой сводкой. Будем обозначать преобразование Фурье функции $f = f(t)$ той же буквой с волной: $\tilde{f} = \tilde{f}(\omega)$. В частности, преобразование Фурье входного сигнала сейсмического канала $x(t)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \equiv \tilde{x}(\omega), \quad (1)$$

Выход канала с передаточной функцией $L(\omega)$ определяется формулой

$$\tilde{y}(\omega) = L(\omega) \tilde{x}(\omega). \quad (2)$$

Точный "идеальный" обратный фильтр (с неограниченным откликом) формально описывается передаточной функцией

$$L_0^{-1}(\omega) = 1/L(\omega), \quad (3)$$

которая не ограничена в нулях $L(\omega)$. Основная проблема заключается в замене $L_0^{-1}(\omega)$ на ее регуляризованный аналог $L_1^{-1}(\omega)$ таким образом, чтобы $L_1^{-1}(\omega)$ была ограничена (и тем самым реализуема), а влияние вносимых искажений на сигнал было по возможности невелико. Регуляризацию можно представить как подключение регуляризирующего фильтра $A(\omega)$ перед идеальным фильтром $L_0^{-1}(\omega)$:

$$L_1^{-1}(\omega) = L_0^{-1}(\omega) A(\omega) = L^{-1}(\omega) A(\omega). \quad (4)$$

Выбор $A(\omega)$ и составляет реальную проблему в задаче деконволюции, поскольку при "недерегуляризации" результат деконволюции может оказаться не только неправдоподобным, но даже выйти за диапазон представимых в ЭВМ чисел, в то время как при "перерегуляризации" можно внести большие и неконтролируемые искажения в сигнал. Таким образом, требование скомпенсировать расходимости в L_0^{-1} само по себе недостаточно для корректного выбора оператора A . Это хорошо проиллюстрировано в работе Плешингера [1], где имеется ряд примеров применения регуляризованных, реализуемых обратных операторов, результаты работы которых явно неудачны. Как обычно, при рассмотрении задач данного класса для корректного выбора оператора A необходимо привлечение априорной информации, в данном случае — информации о реальной точности исходных данных. Таким образом, мы приходим к рассмотрению входа обратного фильтра $y_1(t)$ как сигнала, осложненного помехой:

$$y_1(t) = y(t) + n_{\Sigma}(t) = (x(t) + n_x(t)) * L(t) + n_y(t), \quad (5)$$

где $n_{\Sigma}(t)$ — суммарная помеха, n_x — помеха на входе сейсмографа, n_y — помеха на этапе выход сейсмографа — вход обратного фильтра, * — операция свертки. Известно оптимальное в среднеквадратическом смысле решение задачи обратной фильтрации для стандартного сигнала на фоне такой же помехи ("винеровский фильтр", см. [1, 2]):

$$L_V^{-1}(\omega) = \frac{L^*(\omega)}{|L(\omega)|^2 + N_{\Sigma}(\omega)/X(\omega)} = \frac{1}{L(\omega)} A_V(\omega), \quad (6)$$

где $L^*(\omega)$ есть комплексно сопряженное к $L(\omega)$; $N_{\Sigma}(\omega)$ — спектр мощности шума n_{Σ} на входе фильтра L_V^{-1} ; $X(\omega)$ — спектр мощности сигнала $x(t)$. Оптимальность здесь понимается в смысле наилучшего среднеквадратичного приближения выхода обратного фильтра $x'(t)$ к входу системы $x(t)$:

$$\frac{1}{T} \int (x(t) - x'(t))^2 = \min, \quad (7)$$

где $x'(t) = y_1(t) * L_V^{-1}(t)$ и $L_V^{-1}(t)$ — импульсная реакция регуляри-

зованного обратного фильтра. Рассмотрим детально структуру винеровского регуляризирующего оператора $A_V(\omega)$.

Имеем из равенства (6)

$$A_V(\omega) = \frac{1}{1 + N_\Sigma(\omega)/X(\omega) |L(\omega)|^2}. \quad (8)$$

Полагая n_x и n_y гауссовыми случайными процессами со спектрами мощности N_x и N_y соответственно, не коррелированными ни с сигналом, ни друг с другом, из (5) получим

$$\begin{aligned} N_\Sigma(\omega) &= N_x(\omega) |L(\omega)|^2 + N_y(\omega) = \\ &= \left[N_x(\omega) + \frac{1}{|L(\omega)|^2} N_y(\omega) \right] |L(\omega)|^2 = N_{xn}(\omega) |L(\omega)|^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где N_{xn} — выражение в квадратных скобках. Его можно назвать мощностью шума, приведенной ко входу сейсмографа. Теперь получим окончательно

$$A_V(\omega) = \frac{1}{1 + N_{xn}(\omega)/X(\omega)} \equiv \frac{1}{1 + N_x(\omega)/X(\omega) + N_y(\omega)/X |L(\omega)|^2} \quad (10)$$

Из этой записи хорошо видны основные свойства винеровского регуляризирующего фильтра:

1. В нулях $L(\omega)$ коэффициент передачи равен нулю.
2. При малых суммарных шумах, приведенных ко входу, коэффициент передачи близок к единице.
3. При малых шумах n_y фильтр работает как оптимальный винеровский приемник, не пропускает сигнал при отношении сигнал/шум, существенно меньшем единицы.
4. Относительное влияние шумов n_y сравнительно с n_x тем больше, чем меньше коэффициент увеличения (усиления) канала. Поэтому они должны в основном проявляться вблизи нулей передаточной функции $L(\omega)$ канала.
5. Фильтр не вносит фазовых искажений. Он вносит нулевой фазовый сдвиг в сигнал, что влечет физическую нереализуемость. В частности, отклик фильтра будет появляться ранее вступления волны на сейсмограмме. Это общий результат для любого фильтра, не вносящего фазовых искажений.

Перечисленные свойства соответствуют интуитивным представлениям о том, каким должен быть "хороший" обратный фильтр. В практической задаче, если канал работает в режиме постоянной регистрации, спектр N_Σ может быть оценен путем обработки отрезка записи микросейсм. Однако в некоторых случаях, когда основными являются ошибки n_y , эти ошибки в отсутствие сигнала трудно оценить. И во всяком случае трудно оценить спектр мощности сигнала $X(\omega)$, поскольку наблюдается всегда лишь сумма сигнал плюс шум. Поэтому практическое применение алгоритма встречает некоторые трудности. Рассмотрим сначала случай, когда можно измерить шум $n_\Sigma = n_y + L(t) * n_x$ на входе обратного фильтра. Тогда

можно получить оценку спектра мощности

$$\hat{N}_{\Sigma} = \overline{|\tilde{n}_{\Sigma}(\omega)|^2}/T, \quad (11)$$

где черта сверху обозначает сглаживание по частоте и T — длительность анализируемого участка. Аналогично можно получить оценку спектра мощности "зашумленного" сигнала для той же частоты:

$$\hat{Y}_1 = \hat{N}_{\Sigma}(\omega) + \hat{Y}(\omega) = \overline{|\tilde{n}_{\Sigma} + \tilde{y}|^2}/T \quad (12)$$

(в предположении некоррелированности y и n_{Σ}).

Обозначим через $\alpha(\omega)$ отношение N_{xn}/X в знаменателе формулы (10) для фильтра A_V . Тогда

$$\alpha(\omega) = N_{xn}/X = E(\hat{N}_{\Sigma})/[E(\hat{Y}_1) - E(\hat{N}_{\Sigma})], \quad (13)$$

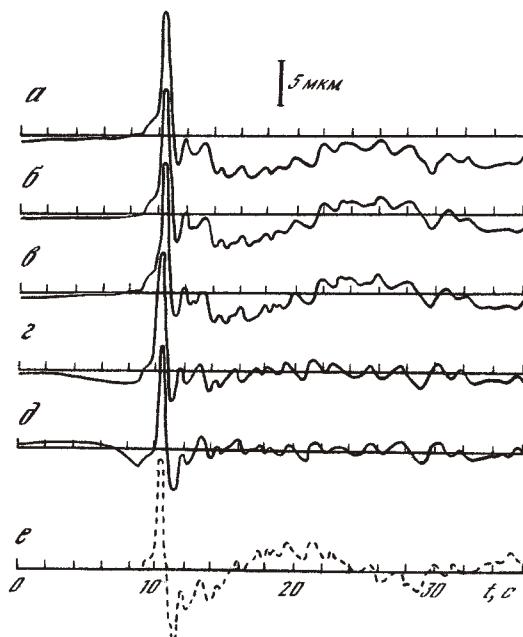
где E — знак математического ожидания. В знаменателе стоит выражение спектра $Y(\omega)$ через наблюдаемые спектры $Y_1(\omega)$ и $N_{\Sigma}(\omega)$. При $Y(\omega)$, малых сравнительно с N_{Σ} , эта формула останется верной. Однако для оценки $\alpha(\omega)$ приходится заменить в ней математические ожидания на оценки с небольшим числом степеней свободы. Тогда относительная ошибка оценки $\alpha(\omega)$ будет допустима при больших $Y(\omega)$, но велика при малых $Y(\omega)$. Поэтому для расчета винеровского фильтра необходима экстраполяция спектра сигнала (или функции α) из области частот, где отношение сигнал/шум велико, в область, где оно меньше единицы. Подобная экстраполяция может быть проведена корректно лишь на основе априорной информации о сигнале. Заметим, однако, что после получения оценки функции $\alpha(\omega)$ с ее помощью построен фильтр A_V , пропускающий сигнал на частотах, где $\alpha \ll 1$, и не пропускающий — на частотах $\alpha \gg 1$. Это — функции обычного заграждающего или полосового фильтра с частотами срезов ω_c , определяемыми из соотношения $\alpha(\omega_c) \approx 1$.

В частности, для обычного сейсмометрического канала $L(\omega)$ имеет нули при $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$. Ноль при $\omega \rightarrow \infty$ обычно несуществен, так как конечная частота отсчета при цифровом представлении сигнала в любом случае вынуждает проводить низкочастотную фильтрацию, ограничивая полосу сверху. Что же касается нуля при $\omega = 0$, то его влияние обычно является основным. Регуляризирующий фильтр должен вырезать в этом случае полосу $(-\omega_c, \omega_c)$. Ориентировочное положение частоты ω_c определить просто — она соответствует частоте, где Y_1 и N_{Σ} становятся одного порядка, что легко обнаруживается при анализе соотношения сглаженных спектров \hat{Y}_1 и \hat{N}_{Σ} . Более наглядным, но совпадающим по сути может быть анализ тех же спектров после умножения на $(L_0^{-1})^2$, т.е. сравнение $\hat{N}_{xn} + \hat{X}$ и \hat{N}_{xn} . Таким образом, для практического осуществления деконволюции в этом случае нужно только провести анализ соотношения (сигнал + помеха)/помеха на выходе обратного фильтра. Если же оценку \hat{N}_{xn} получить затруднительно, можно провести перебор нескольких вариантов значений ω_c , а затем выбрать наилучший результат, исходя из неформальных соображений.

Интерпретация результата деконволюции с винеровским фильтром мо-

Рис. 1. Результаты деконволюции записи П7 (см. таблицу) с различными вариантами высокочастотного фильтра

Частоты f_1 и f_2 фильтра составляют 0,01 и 0,02 Гц (а); 0,02 и 0,04 Гц (б); 0,025 и 0,05 Гц (в); 0,05 и 0,1 Гц (г); 0,1 и 0,2 Гц (д); е — исходная запись перед деконволюцией



жет не быть очевидной. Среднеквадратичная близость выхода фильтра $x'(t)$ к сигналу $x(t)$ не гарантирует близости в каждой точке, например в смысле гарантированной величины относительной или абсолютной ошибки, и "наилучшее" приближение может оказаться практически плохим. Так, по-видимому, будет всегда, если в области непропускания фильтра $A_V(\omega)$ находятся существенные компоненты спектра сигнала.

Сводка характеристик обработанных записей

Индекс	Дата	Время			H , км	Эпицентрально- ное расстояние Δ , км	Магнитуда	Длительность импульса T , с
		ч	мин	с				
П2	21. XII. 75	10	54	18,3	500	475	$m_{PV} = 6,7$	5,6
П3	22. VI. 75	04	25	17	130	140	$m_B = 5,4$	6,4
П4	20. IV. 76	18	49	02	40	140	$m_B = 5,0$	1,8
П5	15. III. 75	10	00	23,7	40	110	$m_B = 4,7$	2,0
П7	27. V. 72	04	06	47	450	207,5	$m_{PV} = 4,8$	2,2
П9	29. I. 71	21	58	0,33	520	407	$K = 13,7$	3,2
П11	7. VI. 72	16	40	55	300	225	$K = 16,1$	0,50
П11В3	7. VI. 72	16	40	55	300	225	$K = 12,0$	0,51
П12	9. VII. 72	13	54	31,2	400	275	$K = 12,4$	0,32
В3	22. XII. 71	05	08	8,7	10-15	32	$K = 8,1$	1,25

Примечание. 1. Все записи, кроме В3, сделаны на приборе СКД КПЧ; запись В3 — на приборе ВЭГИК. 2. Запись П11В3 представляет собой S-волну на компоненте В3.

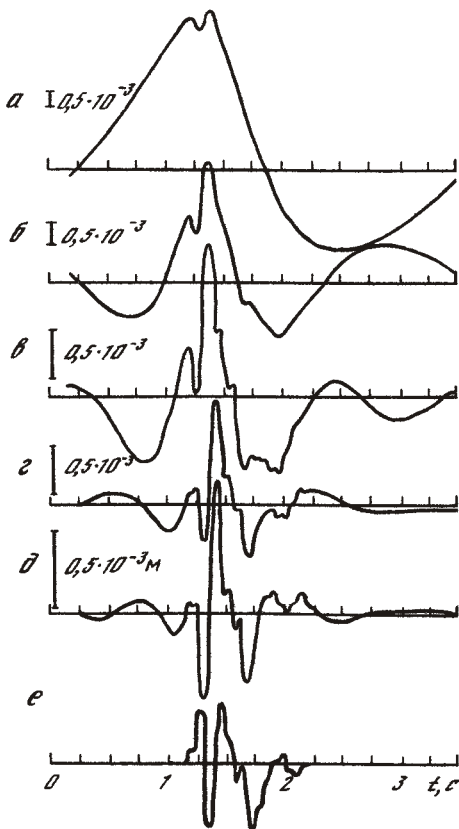


Рис. 2. Результаты деконволюции записи ВЗ

Частоты f_1 и f_2 составляют соответственно: 0,1 и 0,2 Гц (а), 0,2 и 0,4 Гц (б), 0,25 и 0,5 Гц (в), 0,35 и 0,7 Гц (г) 0,5 и 0,8 Гц (д); е — исходная запись перед деконволюцией

В этом случае получение содержательного результата затруднительно. В некоторых случаях спектр сигнала можно продолжить в область непропускания на основе априорной информации о сигнале, однако такая операция не может быть произведена "автоматически".

Наибольшие проблемы должны вызывать деконволюция сигналов, спектр которых не стремится к нулю при $\omega \rightarrow 0$, а именно сигналов в виде импульса ($\tilde{x}(\omega) \sim \text{const}$ при $\omega \rightarrow 0$) или ступеньки ($\tilde{x}(\omega) \sim \text{const} \cdot \omega^{-1}$ при $\omega \rightarrow 0$). В этом случае необходим детальный анализ влияния оператора регуляризации на форму сигнала. Рассмотрим подробнее случай импульса. Если импульс с характерным временем τ проходит

через ВЧ-фильтр со срезом в области частот $\omega_c = 2\pi/\tau$, импульс будет заведомо искажен. Качественно его форма сохранится, если только частота среза $\omega_c \approx 0,3 \cdot 2\pi/\tau$ или менее. Если система наблюдений и интерпретации не позволяет реализовать это условие, интерпретация сейсмограмм может привести к искаженным результатам.

Исходя из описанного подхода, была проведена деконволюция ряда записей землетрясений Камчатки и Охотского моря, полученных на малых эпицентральных расстояниях. Целью работы было убедиться в том, что импульс Р-волн в условиях близвертикального распространения, когда он не искажен рР- и sР-вступлениями и интерференцией при многолучевом распространении, имеет правильный однополярный вид в соответствии с современными моделями очага землетрясения. Поэтому при подборе сейсмограмм мы использовали записи землетрясений с достаточно большим отношением глубины к эпицентральному расстоянию Δ . Используются записи, полученные на сейсмостанции Петропавловск и любезно предоставленные в наше распоряжение зав. станцией Л.Г. Синельниковой, а также записи ВЭГИК на сейсмостанции Крутоберегово. Сейсмограммы цифровались на установке УЦС (Ф004).

На рис. 1 и 2 приведены результаты описанной процедуры перебора фильтров для двух записей с высоким и низким отношением сигнал/шум.

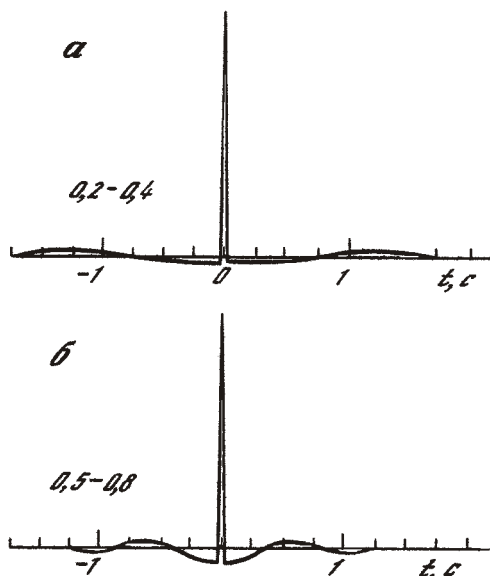


Рис. 3. Теоретическая импульсная реакция регуляризирующего фильтра для различных частот: 0,2 – 0,4 Гц (а); 0,5 – 0,8 Гц (б)

Форма передаточной функции ВЧ-фильтра описывалась выражением

$$A(f) = \begin{cases} 0, \\ \left[1 - \cos \left(\frac{f - f_1}{f_2 - f_1} \pi \right) \right] / 2, \\ 1, \end{cases}$$

где f_1 и f_2 – заданные частоты; f – текущая частота.

Характеристики изученных записей приведены в таблице. В обоих детально изученных случаях можно предполагать, что на входе имеется однополярный очаговый импульс P -волны, но лишь в первом случае этот факт выявляется вполне надежно. Причина в том, что лишь в этом случае удается получить хороший компромисс между уровнем НЧ-помехи и степенью искажения формы импульса (варианты d, e). Во втором случае (рис. 2) результаты менее надежны, относительно наиболее удовлетворительны варианты $в, з$.

На рис. 1 и 2 видно, что нулевая линия перед вступлением сигнала заметно искажается, чего и следует ожидать для фильтра с нулевым фазовым сдвигом. Чтобы проиллюстрировать этот факт, для рис. 2, б и 2, д были рассчитаны отклики применявшегося регуляризирующего фильтра (рис. 3). Наличие "боковых лепестков" отклика неизбежно. Если же поставить задачу подавления "левого" (опережающего по времени) лепестка, это приведет к асимметрии отклика и увеличению площади "правого" (запаздывающего) лепестка. Этот факт может быть скрыт от исследователя в силу того, что влияние "правого" лепестка проявляется на фоне ненулевых значений восстанавливаемой функции. С нашей точки зрения, сим-

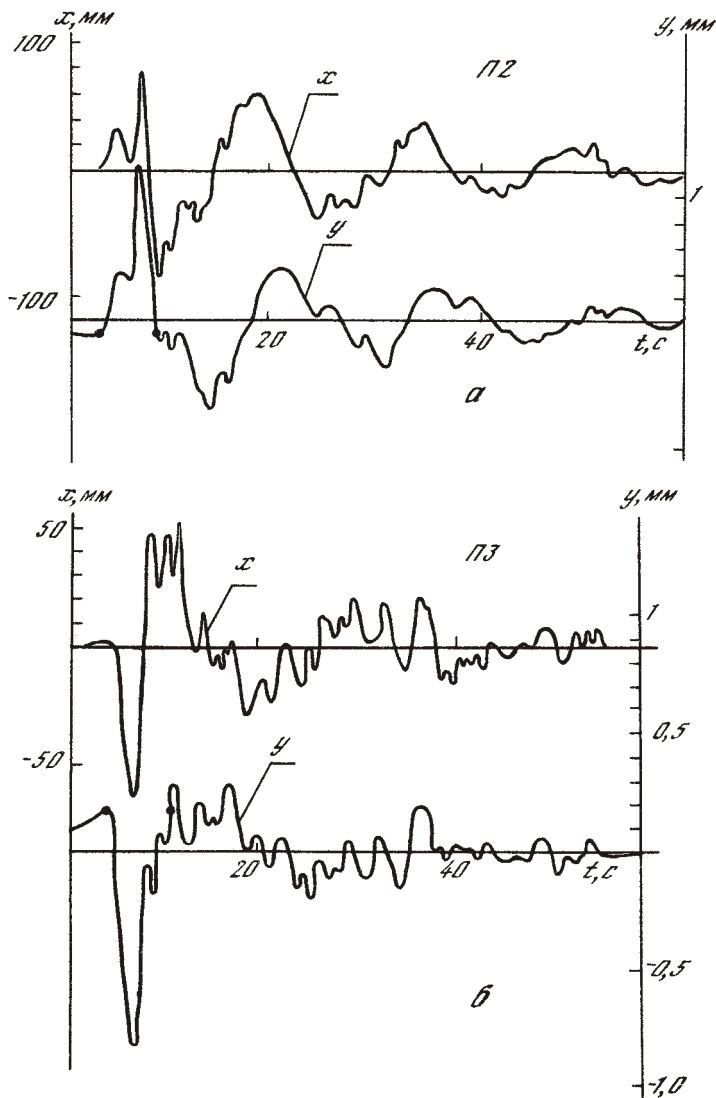


Рис. 4. Примеры результатов деконволюции записей объемных волн (см. таблицу)

Верхняя кривая — запись, нижняя — результат деконволюции

а — П2, б — П3, в — П4, г — П5, д — П7, е — П9, ж — П11, з — П11В3, и — П12

метрия отклика является желательным свойством фильтра А. Треугольная форма отклика вблизи нуля определяется формой НЧ-фильтра, исключающего эффекты наложения частот (анти-эйлисинг-фильтр) согласно рекомендациям по цифровой обработке сигнала [3].

На рис. 4, а-е приведен ряд других относительно удачных примеров деконволюции. Основные выводы проделанного экспериментального счета следующие.

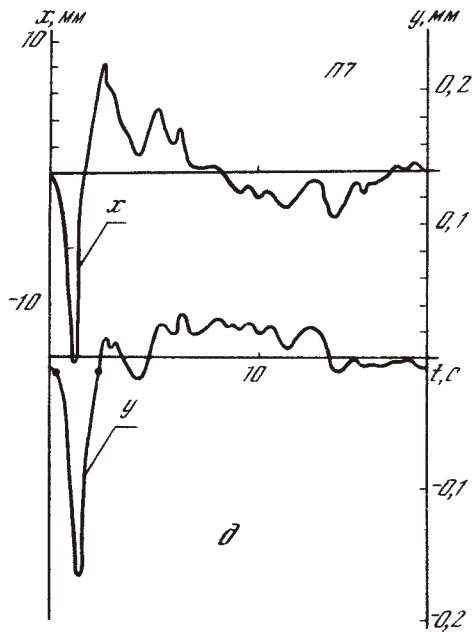
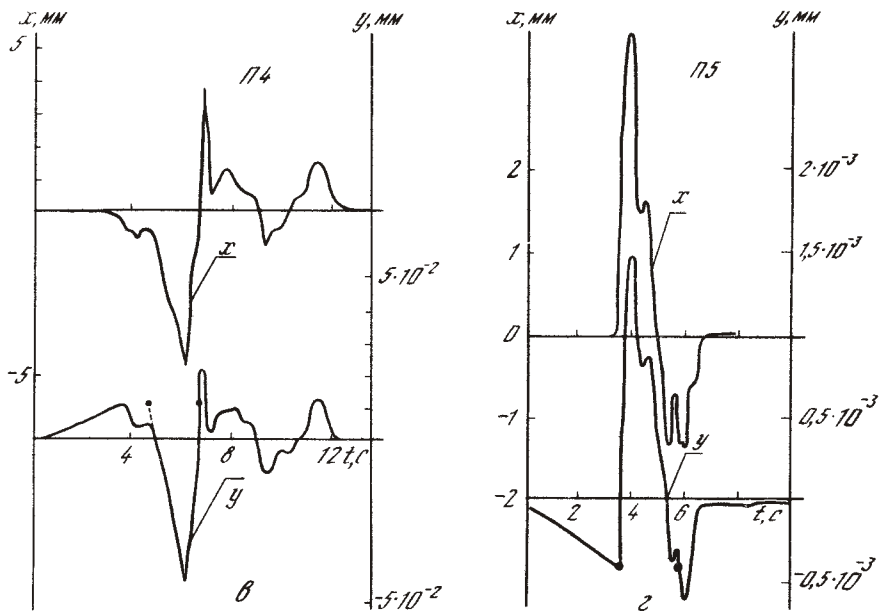


Рис. 4 (продолжение)

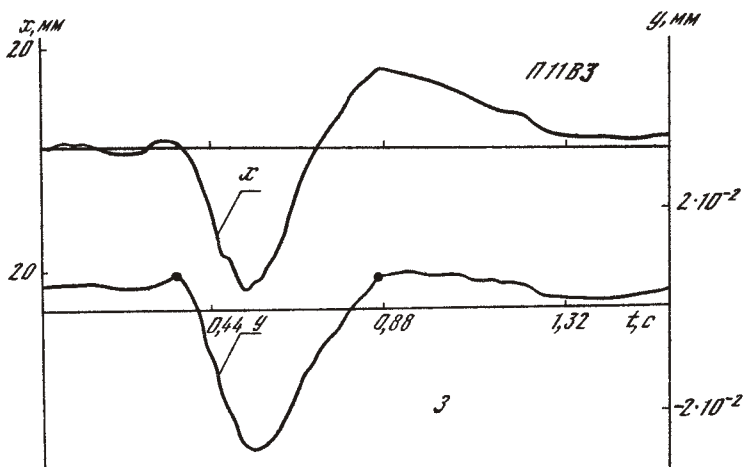
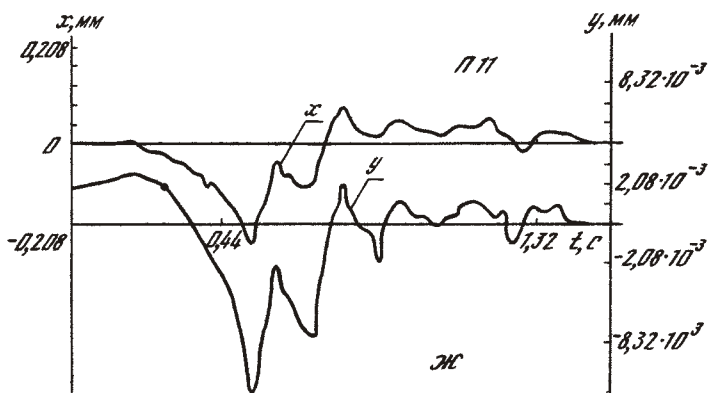
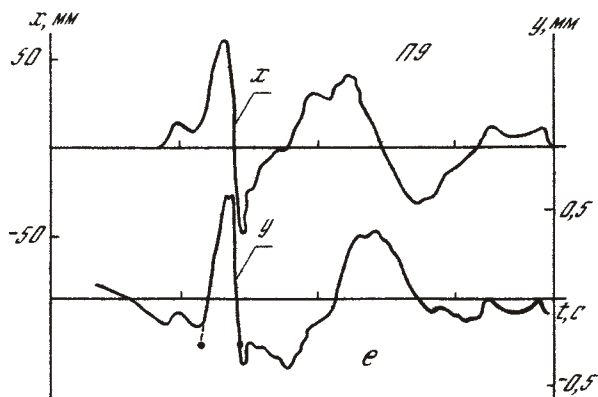


Рис. 4 (продолжение)

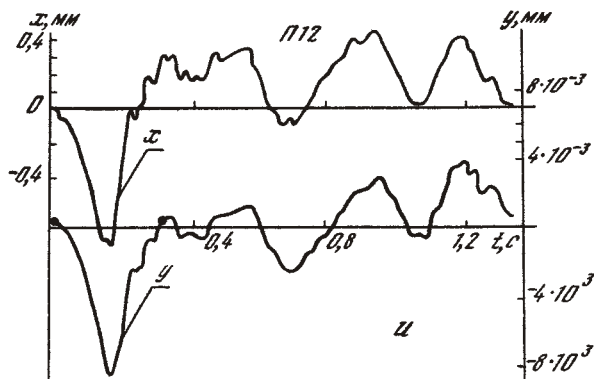


Рис. 4 (окончание)

1. На стандартном сейсмографе СКД форма импульса заметно искажается даже при длительности 0,5–1 с, и проведение деконволюции действительно необходимо.

2. Только записи КПЧ имеют отношение сигнал/шум, позволяющее уверенно восстанавливать сигнал во всей полосе пропускания СКД (до 20 с).

3. Цифровка на УЦС (точность использованного прибора около 5%) не позволяет реализовать все возможности работы с фотозаписью. Желательна более точная система съема координат с фотозаписи.

4. При отсутствии априорной информации о характере сигнала и (или) его спектра результат деконволюции всегда может быть поставлен под сомнение.

5. Необходимо провести методическое исследование для оценки искажений, вносимых при деконволюции за счет неточно известной характеристики сейсмографа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное теоретическое рассмотрение задачи деконволюции сейсмического сигнала и численные эксперименты выявили наличие в этой классической задаче интерпретации сейсмических наблюдений ряда сложных методических проблем, часть которых обсуждается. Важнейшим результатом является выявление необходимости использования априорной информации о сигнале для построения надежной методики деконволюции.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА СЧЕТА

1. Ввод заказа, записи и данных прибора. Коррекция нулевой линии за сдвиг и поворот. Стандартным считается вариант, когда на записи заранее проведена нулевая линия и N_1 точек в начале и конце записи соответствуют этой нулевой линии. Это позволяет уверенно использовать короткие и асимметричные импульсы. Предусмотрен вариант с исключением линейного тренда.

2. Вывод концов записи на нуль. После отбрасывания N_1 отсчетов в начале и в конце записи N_2 отсчетов в начале и конце оставшегося участка домножаются на весовые функции типа половинок косинусного окна.

3. Запись дополняется нулями до ближайшей степени двойки. Затем (при необходимости) она еще дополняется нулями так, что удлиняется в 2,4 или 8 раз.

4. Выполняется дискретное преобразование Фурье (ДПФ) по алгоритму Кули–Тьюки.

5. Каждый отсчет спектра умножается на значение передаточных функций следующих фильтров:

5.1. Полосовой фильтр, задаваемый четырьмя частотами: F_1, F_2, F_3, F_4 . Его ЧХ равна 1 между F_2 и F_3 и имеет вид половинок косинусного окна между F_1 и F_2 и между F_3 и F_4 .

5.2. Фильтр для подавления эффекта наложения частот, вырезающий окрестность частоты Найквиста FN . Этот фильтр имеет вид половинки косинусного окна в диапазоне частот $0, FN$.

5.3. "Формально" регуляризованный обратный фильтр:

$$S(f) = \frac{L^*(f)}{|L(f)|^2 + \alpha},$$

где $L(f)$ – расчетная или табличная характеристика сейсмографа и α – параметр регуляризации. "Формальная" регуляризация с малым α используется для блокировки переполнения в ЭВМ. Параметр α рассчитывается как $S_{\max} |L(f)|^2$, где S – безразмерный параметр, равный $10^{-5} - 10^{-6}$.

5.4. Дифференцирующий фильтр

$$D(f) = (2\pi f)^{ND},$$

где ND – число дифференцирований (допускается $ND < 1$, тогда выполняется интегрирование).

6. Выполняется обратное ДПФ, в результате получается искомая функция.

ЛИТЕРАТУРА

1. Плешингер А. Методы решения обратной задачи сейсмометрии и границы их практической применимости. – Изв. АН СССР. Физика Земли, 1977, № 9, с. 38–55.
2. Гольдин С.В. Линейные преобразования сейсмических сигналов. М.: Недра, 1974. 350 с.
3. Дженкинс Г., Ватс Д. Спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1977. Т. 1. 316 с.